PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 1. 1. Januar 1925. 26. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 3 am 10. Januar 1925.

INHALT:

Georg Hirzel. S. 1.

Originalmitteilungen:

H. Busch, Demonstrationsversuch zur Erläuterung der Schwingungen in Wasserdruckleitungen bei Turbinenanlagen. S. 6.

W. Dällenbach, E. Gerecke u. E. Stoll, Vorgänge an negativ geladenen Sonden und an Tabellen, die in Gasentladungen suspendiert sind. S. 10.

P. Debye u. J. Mc Aulay, Das elektrische Feld der Ionen und die Neutralsalzwirkung. S. 22.

P. P. Ewald, Die Intensitäten der Röntgenreflexe und der Strukturfaktor. S. 29.

W. Gerlach u. W. Schütz, Bemerkungen über die Lebensdauer angeregter Atome. S. 33.

F. Harms, Über den Röhrensender mit Kombination von induktiver und kapazitiver Kopplung. S. 35.

G. Hoffmann, Registrierbeobachtungen der Höhenstrahlung im Meeresniveau. S. 40.

G. Joos, Ein Versuch zum Nachweis einer etwaigen einseitigen Intensitätsverteilung beim Emissionsprozeß. II. S. 43.

W. König, Einige Beobachtungen über künstliche Doppelbrechung durch Temperaturungleichheit. S. 45.

E. Mauz u. R. Seeliger, Über die dynamische Zündspannung der Glimmentladung. S. 47.

St. Meyer, Magnetisierungszahlen seltener Erden. S. 51.

R. Schachenmeier, Beitrag zur Theorie schnell veränderlicher elektromagnetischer Vorgänge an linearen Leitern. S. 54.

Cl. Schaefer, Zur heterochromatischen Photometrie. S. 58.

L. Schiller, Grenzschichtdicke und kritische Zahl. S. 64.

A. Sommerfeld, Zur Theorie des periodischen Systems. S. 70.

R. Wachsmuth u. W. Schütz, Ein Vorlesungsversuch über Resonanz. S. 75.

O. Wiener, Zur Theorie des Strömungsäthers. S. 76.

Zusammenfassende Berichte:

H. Benndorf, Über das Grundproblem luftelektrischer Forschung. S. 81.

Besprechungen:

P. Walden, Chemie der freien Radiale. S. 91.

H. Kauffmann, Allgemeine und physikalische Chemie. S. 91.

M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen. S. 92.

Personalien. S. 92.

Angebote. S. 92.

Georg Hirzel.

Bei Eintritt der Physikalischen Zeitschrift in ihren 26. Jahrgang ist es Pflicht, des Mannes zu gedenken, der in tieferem Sinne ihr Schöpfer genannt werden muß, als es sonst bei einer wissenschaftlichen Zeitschrift von seiten des Verlegers der Fall zu sein pflegt. Durch seinen ohne vorausgegangene Krankheit, in der Kraft der Jahre erfolgten Tod durfte Georg Hirzel diesen Tag nicht mehr erleben.

Während Fachblätter meist auf Anregung von Forschern entstehen mögen, die sich einen Verleger suchen, hatte im Sommer 1899 umgekehrt der Buchhändler Hirzel das Gebot der Stunde für die Physik erkannt. Am 2. Juni schreibt er: „Göttingen ist fleißig und modern, so soll auch, wenn ich hoffentlich Stimmung finde, dort das Kind geboren werden. Also: Eine Deutsche physikalische Wochenschrift, herausgegeben von einem geschickten physikalischen Redakteur, der das Gröbste besorgt und keinen besonderen Namen zu haben braucht, von einem Physiker von Namen und von einem Elektrotechniker (Dozent, kein Ingenieur). Die Zeitschrift soll mehr den Charakter einer Zeitung tragen." Am 1. Oktober schon erschien die erste Nummer, sie erschien, sozusagen, als Göttinger Unternehmen, denn sie hatte den billigenden Stempel der im Jahre 1889 gegründeten Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik erfahren, in der Klein und Nernst die wissenschaftlich führenden Geister waren. Obwohl das Vorhaben Hirzels von vornherein einen Wettbewerb mit den Annalen der Physik in jeder Richtung grundsätzlich ausschloß, so gedachte man auch in dem fortschrittlichen Göttingen der Worte, die Helmholtz bei der Huldigung zum 50. Bande von Wiedemanns Annalen über den Wert der Einheitlichkeit des deutschen physikalischen Schrifttums ausgesprochen hatte; man erinnerte sich des Geschickes von Exners Repertorium. Der erstaunlich weit in Ausführung von Einzelheiten gehende Plan des physikalischen Nichtfachmannes wurde in verschiedentlichen Sit-

zungen durchberaten. An diesen Sitzungen nahm in damaliger Göttinger Weise die Mehrzahl der naturwissenschaftlichen Universitätslehrer teil. Hirzels Gründe siegten auf der ganzen Linie, seine Einzelvorschläge erfuhren nur unbedeutende Veränderungen. Das Endergebnis der Verhandlungen arbeitete Riecke zu seinem „Vorworte" für das erste Heft zusammen. Riecke und Simon unternahmen die Herausgabe. Über letzteren schreibt Hirzel: „Simon ist ein Redakteur, wie ihn sich ein Verleger nur wünschen kann. Und so, wo auf allen Seiten guter Wille, gute Hoffnung und Mut reichlich vorhanden ist, wird die Zeitschrift durchdringen und immer lebensfähiger werden."

Bis zum Tode blieb die Physikalische Zeitschrift dem Verleger persönlichste Angelegenheit. Er hielt stets enge Fühlung mit den jeweiligen Schriftleitern, und war unermüdlich in Anpassungsvorschlägen an den Wandel der Zeiten und an neue Bedürfnisse.

Bemerkenswert ist vielleicht noch, daß der erfolgreichen Gründung einer physikalischen Zeitschrift ein gescheiterter Versuch vorausgegangen war, den ein Jahrhundert hinabreichenden klassischen Annalenbau in der gerade entgegengesetzten Richtung zu ergänzen wie durch die Wochenschrift, nämlich durch ein Jahrbuch. Ein Brief im Januar 1897 enthält die Verzichterklärung: „Das unglückselige Jahrbuch der Physik habe ich aufgegeben. Ich sehe nicht ein, warum ich immer wieder einen Plan in Angriff nehmen soll, zu dem niemand recht Lust hat." „Jeder sagt, es sei ein großes Bedürfnis, aber machen wills keiner." Dürfte das Starksche Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik als eine späte teilweise Erfüllung alter Hirzelscher Wünsche gelten, so würde die neuerliche Vereinigung von Jahrbuch und Zeitschrift in einem besonderen Lichte erscheinen.

Georg Hirzel ist am 11. August 1867 zu Leipzig als einziges Kind seiner Eltern geboren, und starb am 15. Mai 1924, auf der Durchreise, in München, an einem Gehirnschlag. Er entstammte einem angesehenen Züricher Bürgergeschlecht, das seine Ahnen lückenlos bis 1424 zurück verfolgen kann und Vertreter hoher und höchster Ämter in Krieg, Frieden und auf der Kanzel aufweist. Der sogenannte Bürgermeisterring wird noch gegenwärtig in Hirzels Familie als Gedenkstück bewahrt. Er geht auf den großen Züricher Bürgermeister aus der Saffranzunft Salomon Hirzel (1580—1652) zurück, der seine Vaterstadt mit Kraft und Glück durch die Gefahren des dreißigjährigen Krieges zu führen wußte. Georg Hirzels Großvater, der spätere Stifter der Goethegemeinde, ihr zeitlebens anerkanntes Haupt, Freund Gustav Freytags, war als junger Mann von Zürich nach Leipzig übergesiedelt, hatte hier zunächst mit seinem Schwager Karl Reimer die Weidmannsche Buchhandlung gemeinsam geführt und 1853 einen selbständigen Verlag unter eigenem Namen abgezweigt.

Der verstorbene Freiburger Geschichtsforscher Alfred Dove erzählt folgendes Kindergeschichtchen von dem vierjährigen Georg Hirzel: Der Großvater fragt ihn „Was willst du werden?" Ohne sich einen Augenblick zu besinnen, rief der Knabe ein herzhaftes „Papa"! „Eine rein menschliche Auffassung der Lebenszwecke", bemerkte der Großvater mit seinem schalkhaftesten Gesicht. „Hm" schmunzelte Patenonkel Freytag: „ein weiser Zwerg; gebt mir acht auf das Kerlchen! Er faßt die Fortdauer der Firma ins Auge." Die Verkündigung ist ungeahnt und ungewollt früh eingetroffen. Langjähriges, schweres Rückenmarksleiden des Vaters Heinrich Hirzel zwangen den Sohn die Ausbildung in der Leipziger Nikolaischule schon in Obersekunda abzubrechen, um bei Haessel, dem Verleger Conrad Ferdinand Meyers, in Leipzig und bei Frommann in Jena den Buchhandel zu erlernen. Auf Auslandsaufenthalt oder Wander- und Studentenjahre mußte verzichtet werden. Ja Georg brachte selbst das Opfer, seiner militärischen Dienstpflicht 1890/91 auch in Leipzig zu genügen, um dem kranken Vater persönlich nahe sein und sich im Geschäft betätigen zu können. Auf die Schulzeit hatte außerdem frühzeitige mit jungem Tode endigende Lungenkrankheit der Mutter ihren Schatten geworfen gehabt. Wenige Wochen vor dem eigenen Ende hat Hirzel unvollendete Aufzeichnungen über seine Jugendentwicklung begonnen. Ihnen sind folgende

Sätze entnommen: „Meine frühe Jugend war einsam. Doch habe ich diese Einsamkeit erst in späteren Jahren empfunden." — „Hätte ich nicht ein glückliches Temperament mit auf den Weg bekommen, etwas vom leichten Blut von Georg Andreas Reimer (dem Vater seiner Großmutter Hirzel) und ein ‚Schöpli' Humor aus der Schweiz vom Großvater Hirzel, nicht zuletzt auch ein gutes Teil vom leidenschaftlichen ins Leben-drängen-wollen meiner Mutter (Tochter des Leipziger Stadtrates Rosenstock) wäre ich zwischen grauen Mauern aufgewachsen, in die wenig Sonne hineinschien. So aber konnte ich mir meine Sonnenstrahlen selbst einfangen." — „Der Schabernack, der mir durch mein ganzes Leben treu blieb, saß mir schon damals im Nacken." — „Das Tägliche, wie man es auch durchlebt hat, bleibt alltäglich, wenn es auch auf Jeden anders gewirkt hat, und Jeder wieder anders an jene entlegene Zeit zurückdenkt. Ein Gefühl aber teile ich wohl mit Vielen, die ihre Erinnerung an die Gymnasialzeit befragen, daß es eine zwecklose Erschwerung der Lernfreude in diesen Bildungsjahren für den einzelnen ist, Schüler mit ganz verschiedenartigen Anlagen in ein und denselben Käfig zu sperren. Zumal in den höheren Klassen kommen die einen zu kurz in der Wunscherfüllung ihrer Begabung, und die anderen werden gezwungen Dinge zu lernen, die sie nicht lernen können." Hirzel galt übrigens als bester Ovidübersetzer der Klasse und übertrug Lieder der ars amandi zu seinem Vergnügen in deutsche Verse. Sein schwacher Punkt war die Mathematik. — „Der Weg vom Lehrerpult zu mir war weit. Trotzdem stürzte Prof. —, mein Klassenlehrer in der Sekunda, einmal wütend auf mich zu und schrie mich an: Sie sind ja ein ganz fauler und durchtriebener Junge (meine Mitschüler sahen Fürchterliches kommen) und ein Taugenichts erster Güte, aber — aber, sagte er zögernd, als er dicht vor mir stand, ich kann Ihnen nichts tun! Da dachte ich damals, daß ich doch ein ganz famoser Kerl sein müsse. Nur der trockene Hans His meinte gutmütig: Du kannst, wenn Not am Mann ist, so infam zerknirscht und freundlich zugleich aussehen. Ein einziges Mal, das muß ich doch erwähnen, habe ich in einer Osterzensur im Betragen eine 1 bekommen. Sonst bewegten sie sich zwischen 2a und 2, was auch viel besser zu mir paßte. Dafür hatte ich in Religion immer 1. Und bin doch kein frommer Mensch geworden. Aber die Legenden und Sprüche der Bibel füllten meine Phantasie, und noch heute sehe ich in den Psalmen das gewaltigste Dichtwerk der Menschheit." — „Viel Ironie und trockener Humor. Billiger Witz, der ja nur Kurzschluß des Humors ist, blieb ihm fern. Die geistige Leitung in ihm war von der Natur zu solid angelegt, als daß Sicherungen durchbrennen konnten. Diese Eigenschaften zogen Viele zu ihm hin" sind Worte, mit denen Georg Hirzel seinen Großvater kennzeichnet. Sie gelten aber in hohem Maße auch von ihm selbst.

Zwei Jahre vor seinem 1894 erfolgenden Tode nahm der Vater den Sohn, der sich inzwischen mit der Tochter des Reichsgerichtsrats Otto Mittelstädt verheiratet hatte, als Teilhaber in das Geschäft auf. Freytag schrieb bei dieser Gelegenheit: „Es kommt für den Buchhandel eine schwere Zeit. Das Alte in Wissenschaft und Poesie, das durch bekannte Namen vertreten ist, will nicht mehr genügen und das Neue, welches emporhupft, ist noch schwächlich, freilich nicht in den Naturwissenschaften. Große buchhändlerische Erfolge schafft mehr launischer Zufall oder vergänglichstes Zeitgemäße, als innerer Wert, und solche Erfolge sind für den Buchhändler fast unberechenbar". Der junge Hirzel, gerade mit Dichtern beschäftigt, die für Brahn's „Freie Bühne" schrieben, und zu denen auch Gerhart Hauptmann gehörte, hat vielleicht über die schöngeistigen Bestrebungen von damals anders als der alte Freytag gedacht. Die Bedeutung des naturwissenschaftlichen Schrifttums aber beurteilte er wie Freytag. Überdies hatte er als Junge viel gebastelt, in Jena, angeregt durch medizinische Freunde, und durch verwandtschaftliche Beziehungen zu Häckel, viel Naturwissenschaftliches gelesen. Die technischen und physikalischen Errungenschaften der neunziger Jahre begeisterten ihn derartig, daß er die Gäste in seinem jungen Haushalt durch Neuigkeiten wie Röntgenbilder, Nernstlampen oder Radiumversuche

zu überraschen wußte, ehe diese Dinge in den Handel kamen. All dies mag bei dem Plane mitgesprochen haben, sich auch im Geschäft mit Feuereifer auf exakte Wissenschaften, Medizin und Technik zu werfen.

Dem überkommenen Verlag hatten Werke wie das Wörterbuch der Gebrüder Grimm, Mommsens Römische Altertümer, Friedländers Sittengeschichte Roms, die Schriften Freytags und Treitschkes das Gepräge gegeben. In dreißig Jahren unermüdlicher frischer Arbeit ist es Georg Hirzel gelungen diesen Glanzstücken Ebenbürtiges von naturwissenschaftlicher Seite gegenüber zu stellen. Die medizinische Fakultät der Universität Leipzig hat das für ihr Gebiet durch Verleihung des Ehrendoktors an Georg Hirzel anerkannt. Hirzels Verdienste um die gewerblichen Wissenschaften sind von der Karlsruher Technischen Hochschule durch Ernennung zum Dr. Ing. h. c. gewürdigt worden. Für uns Physiker werden Manchem von S. Hirzels Verlag noch wertvoller vielleicht als die Physikalische Zeitschrift erscheinen: Kaysers Handbuch der Spektroskopie und Abegg-Auerbachs Handbuch der anorganischen Chemie. Die trotz des „Westentaschenformates" überraschend „guten" Bestellungen beim ersten Band des Kayser hatten den Verlegerneuling belehrt, daß er hier mit der Physik auf dem rechten Wege sei. Dabei blieben Sprach- und Geschichtsforscher mit Hirzel zufrieden. Eine Rede, die der Ägyptolog Steindorff als damaliger Rektor der Leipziger Universität vor einer Gruppe von Kantatefestteilnehmern über Buchhandel und Wissenschaft gehalten hat, klang, nach Bericht des Börsenblattes für den Deutschen Buchhandel, unwillkürlich in Erinnerungsworte auf Georg Hirzel aus. Steindorff habe ihn geschildert als das Muster eines Verlegers, als das Muster eines Freundes der Wissenschaft, als das Muster eines menschlich fühlenden Menschen. Für Georg Hirzels scheuklappenfreie Weite des Blicks auch auf staatlichem Gebiete mag darauf hingewiesen werden, daß er zu gleicher Zeit Hindenburgs Erinnerungen und das Buch, Die Sozialdemokratie, ihr Ende und ihr Glück des Sozialdemokraten Lensch drucken ließ.

Offenbar verdankte Hirzel seine großen buchhändlerischen Erfolge der Fülle glücklicher Ideen, die aus seiner Sachkenntnis entsprangen, er verdankte sie dem Zauber seiner Persönlichkeit, dem auch ein spröder Autor auf die Dauer nicht widerstehen konnte, er verdankte sie seiner Klarheit über die Grenzen des eigenen Könnens, die ihn den erprobten Mitarbeitern des Vaters, Raimund Bredow und Otto Carlsohn auf ihren Gebieten voll verantwortliche Selbständigkeit einräumen und die ihn später Max Pagel gewinnen ließ.

Letzterem Manne muß ich über eine besondere Seite im Leben meines Vetters das Wort erteilen, da er für diese Seite der Bestunterrichtete ist. Bei Niedersetzung der Asche sagte Max Pagel unter anderem: „Wer wie ich 20 Jahre ihn in die Dolomiten begleiten durfte, weiß, was sein Tod auch hier für eine empfindliche Lücke gerissen hat. In unsäglicher Wehmut habe ich jetzt die trauernden Nachrufe unserer gemeinschaftlichen Freunde in Südtirol gelesen! Ein begeisterter Anhänger des deutschen Landes, ein kühner Bergsteiger, der alpine Berater von Jung und Alt, Freund von Hoch und Niedrig und der Wohltäter von so manchem, bei dem auch in dem vom Feinde bedrängten Lande die Not an die Tür klopfte, der Schöpfer des Christomanos-Denkmals auf dem Rosengarten, der Erbauer seines Hirzel-Weges: das war für seine Freunde und seine Familie, Gattin und Kinder, die ohne Ausnahme als hervorragende Bergsteiger in der Liebe zu den Bergen von ihm erzogen und aufgewachsen sind, das war unser Georg Hirzel." Als Gegengabe hat Bozen ihn übrigens noch im letzten Jahre mit einem reizenden Schwiegertöchterchen erfreut.

Endlich hat sich Georg Hirzel auch nicht unbedeutende Verdienste um die Kunst erworben. In welchem Geiste er sammelte, das beleuchtet Gustav Kirstein durch Erzählung eines persönlichen Erlebnisses: „Wir waren beide eifrige Klinger-Sammler, und ich hatte in jahrelangem Bemühen für Klingers Opus „Eine Liebe" eine fast vollständige Sammlung von Entwürfen, Zuständen und Probedrucken zusammengebracht, die in wohl kaum wiedervereinigender Weise

die ganze Entstehung dieses Werkes vorbeiziehen läßt. Da sah ich eines Tages in Hirzels Sammlung zu dem Blatt „Der Kuß" aus dem Zyklus „Eine Liebe" eine ganz außerordentlich schöne und außerordentlich wichtige Zeichnung, die ich zur endgültigen Vervollständigung meiner Serie unbedingt haben wollte. Ich machte Hirzel alle möglichen guten Worte und alle möglichen guten Kaufanträge. Er lehnte strikte ab. Auch wiederholte Gebote scheiterten. Als das Jahr zu Ende ging und Weihnachten herankam, erschien am Heiligen Abend ein Bote, der mir die Zeichnung mit folgender ebenso geistreicher wie anmutiger Widmung von Hirzels Hand übergab: „Eine Liebe" soll alles umfassen, und „ein Kuß" nie käuflich sein." Georg Hirzel war seit langen Jahren mit Max Klinger eng befreundet. Er ermöglichte die Erfüllung eines Lebenswunsches Klingers, indem er mit ihm den Verein „Villa Romana" zur Tat werden ließ. Der Verein erwarb und unterhielt vor den Toren von Florenz einen Landsitz, bestimmt zum Studienaufenthalte für deutsche Künstler. Aus den von Wolfgang Singer herausgegebenen Briefen M. Klingers ersieht man, daß ihm Hirzel nicht nur in Künstlerbundangelegenheiten, sondern in jeder Hinsicht im Laufe der Zeit bis zuletzt immer mehr sein durfte. Wie man dies Glück einschätzen will, das hängt davon ab, wie hoch man Klinger und seine Schöpfungen bewertet. Klinger hat auch durch Griffelkunst ausgedrückt, wie er über den Freund urteilte. Als ihn Hirzel bat, für das 50jährige Jubiläum der Firma statt des aus Ende des sechzehnten Jahrhunderts stammenden Hirsch-Zelt-Familienwappens ein neues Verlagszeichen zu entwerfen, schuf Klinger die nebenstehende Zeichnung: Georg Hirzel als treffsicheren Bogenschützen.

Th. Des Coudres.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Demonstrationsversuch zur Erläuterung der Schwingungen in Wasserdruckleitungen bei Turbinenanlagen[1].

Von H. Busch.

Bei Wasserturbinenanlagen, denen das Wasser vom Staubecken aus durch eine längere Druckleitung zugeführt wird, baut man gewöhnlich ein sogenanntes Wasserschloß ein, d. h. ein möglichst nahe an der Turbine von der Druckleitung abgezweigtes, oben erweitertes und offenes Steigrohr, zu dem Zwecke, bei plötzlichem Schließen des Absperrschiebers vor der Turbine gefährliche Drucksteigerungen zu verhindern, welche sonst infolge der plötzlich abgebremsten großen kinetischen Energie der Wassermasse in der Druckleitung auftreten würden. Fig. 1[2]) stellt eine solche Anlage

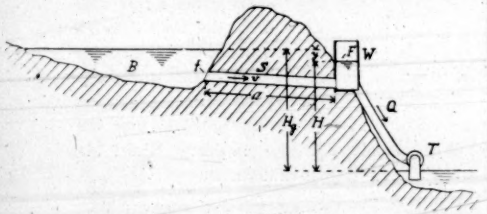


Fig. 1.

schematisch dar. Dabei bildet nun das Wasserschloß W zusammen mit dem Druckstollen S und dem Staubecken B ein schwingungsfähiges System, das nicht nur nach einem Anstoß — etwa durch Öffnen oder Schließen des Absperrschiebers — gedämpfte Schwingungen ausführen kann, sondern dessen Schwingungen unter Umständen auch „angefacht", d. h. mit zunehmender Amplitude verlaufen und dadurch zu schweren Betriebsstörungen Anlaß geben können[3]).

Die Untersuchung[4]) dieser Vorgänge hat ergeben, daß die Ursache des Anwachsens, der „negativen Dämpfung" der Schwingungen der Regulierapparat der Turbine ist. Dieser reguliert — konstante Belastung der Turbine vorausgesetzt — auf konstante Leistung W, und da diese Leistung proportional dem Produkt aus Druckhöhe H und durchfließender Wassermenge Q ist, bewirkt er, daß bei Schwankungen des Wasserspiegels im Wasserschloß die Durchflußmenge sich umgekehrt proportional mit der Druckhöhe ändert, also bei abnehmender Höhe zunimmt und umgekehrt. Stellt man demnach den Zusammenhang zwischen Druckhöhe H und Durchflußmenge Q graphisch durch eine „Charakteristik" dar (Fig. 2), so ergibt sich eine „abfallende Charakteristik"; und ähnlich, wie beim Duddellschen Lichtbogen die abfallende Charakteristik des zu dem Schwingungskreise parallel geschalteten Lichtbogens das Anwachsen bzw. Aufrechterhalten der Schwingungen bewirkt, so ist hier die abfallende Charakteristik der mit dem schwingungsfähigen System Staubecken-Stollen-Wasserschloß verbundenen Turbine die Ursache des Auftretens angefachter Schwingungen.

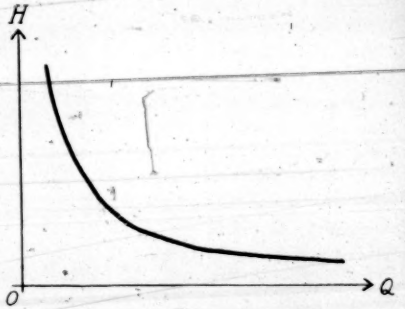


Fig. 2.

Dem entspricht auch die, zuerst von Thoma[1]) gegebene mathematische Theorie dieser hydraulischen Schwingungen, die sich in vereinfachter Form folgendermaßen darstellt:

Es sei (Fig. 1)

- f der Stollenquerschnitt,
- a die Stollenlänge,
- v die Wassergeschwindigkeit im Stollen.
- F die Fläche des Wasserspiegels im Wasserschloß,
- H_g das Gesamtgefälle Staubecken-Unterwasser,
- H die wirksame Druckhöhe Wasserschloß-Unterwasser,

1) Im Auszuge vorgetragen auf der Gründungsversammlung des Gauvereins Thüringen—Sachsen—Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 19. November 1924 in Leipzig.

2) Nach Thoma (s. Anm. 4).

3) Siehe z. B. Rasch u. Bauwens, Zeitschr. d. Ver. Deutsch. Ing. 1908, S. 609—611.

4) D. Thoma, Dr. ing.-Dissertation T. H. München 1910.

1) D. Thoma, a. a. O.

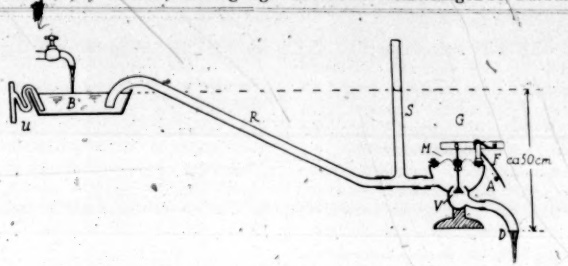


Fig. 3.

$y = H_s - H$ die Absenkung des Wasserspiegels im Wasserschloß,
ϱ die Dichte des Wassers,
g die Erdbeschleunigung,
Q das der Turbine pro Sekunde zufließende Wasservolumen,
M die Masse des Wassers im Stollen.

Dann gilt, wenn wir zunächst von Reibungswiderständen absehen, für das Wasser im Stollen die Bewegungsgleichung:

$$M\frac{dv}{dt} = f\varrho\frac{dv}{dt} = yf\varrho g,$$

oder

$$\frac{dv}{dt} = y\frac{g}{a}; \qquad (1)$$

ferner für das der Turbine pro Sekunde zufließende Wasservolumen:

$$Q = F\frac{dy}{dt} + fv \qquad (2)$$

oder differenziert:

$$\left.\begin{aligned} F\frac{d^2y}{dt^2} + f\frac{dv}{dt} &= \frac{dQ}{dt} = \\ = \frac{dQ}{dH}\frac{dH}{dt} &= -\frac{dQ}{dH}\frac{dy}{dt} \end{aligned}\right| \qquad (3)$$

(weil $y + H = H_s = \text{const.}$).

Setzen wir in (3) $\frac{dv}{dt}$ aus (1) ein, so ergibt sich die Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{1}{F}\frac{dQ}{dH}\frac{dy}{dt} + \frac{f}{F}\frac{g}{a}y = 0, \qquad (4)$$

also die bekannte Schwingungsdifferentialgleichung mit dem Dämpfungsfaktor $\frac{1}{F}\frac{dQ}{dH}$; und da, wie oben ausgeführt, $\frac{dQ}{dH}$ hier negativ ist, in der Tat negative Dämpfung, d. h. angefachte Schwingungen, vorausgesetzt, daß der Betrag dieser negativen Dämpfung größer ist als die infolge der Reibungswiderstände stets noch hinzukommende positive Dämpfung.

Zweck dieser Zeilen ist, eine einfache Anordnung mitzuteilen, die diese kontinuierlichen Schwingungen zu demonstrieren gestattet. Da nach dem Vorstehenden von der Turbine nur ihre abfallende Charakteristik wesentlich ist, genügt statt ihrer irgendein Apparat, der diese Eigenschaft besitzt, und dazu eignet sich ein gewöhnliches Druckreduzierventil mit Federbelastung, wenn man die Richtung des Flüssigkeitsstromes in ihm umkehrt. Ich habe einen im Institut gerade vorhandenen Membran-Gasdruck-Regler (Fabrikat: S. Elster, Berlin) verwendet, dessen ursprüngliche Gewichtsbelastung durch eine Feder ersetzt wurde. Fig. 3 zeigt die gesamte Anordnung: B ist das „Staubecken" (große Entwicklerschale), dem von der Wasserleitung aus dauernd Wasser zufließt; überflüssiges Wasser fließt durch den Überlaufheber U ab. Der „Stollen" wird durch das Glasrohr R von etwa 13 mm lichter Weite und ca. $1^1/_2$ m Länge, das Wasserschloß durch das oben offene, mit einem T-Stück angeschlossene Steigrohr S von gleicher Weite gebildet. G ist das oben erwähnte, umgekehrt benutzte Reduzierventil (Membran-Gasdruckregler). Dieses wirkt folgendermaßen: der hydrostatische Druck wirkt auf die Membran M, drückt dadurch das Ventil V entgegen der Spannung der Feder F nach oben, so daß dessen Öffnung und damit die Durchflußmenge verkleinert wird, und zwar um so mehr, je höher der hydrostatische Druck ist; der Apparat hat somit die gewünschte abfallende Charakteristik.

Beim Versuch kommt es auf richtige Einstellung der Feder F an; drückt sie zu wenig, so bleibt V dauernd geschlossen, ist sie zu stark, so ist V dauernd geöffnet. Man muß nun versuchen, der Feder F durch Verschieben des Anschlags A eine zwischen diesen Grenzen liegende mittlere Spannung zu geben, so daß das Ventil im Gleichgewichtszustande etwa halb

1) Voraussetzung ist dabei ein unendlich schnell, ohne Nachteilung wirkender Regler; über die Zulässigkeit dieser Voraussetzung siehe D. Thoma, a. a. O. S. 4 u. 5.

geöffnet bleibt. Es zeigt sich dann, daß dieser Zustand labil ist und sich nicht dauernd aufrechterhalten läßt; vielmehr treten nach kurzer Zeit die von der Theorie vorausgesagten angefachten Pendelungen ein, deren Amplituden so schnell anwachsen, daß bereits nach 1 bis 2 Schwingungen das Ventil V zwischen seinen äußersten Lagen (ganz geöffnet, bzw. ganz geschlossen) hin und her schwingt und dadurch die Amplitude der Wasserschwingungen konstant wird. Die Schwingungen sind dann durch das intermittierende Austreten des Wassers bei D weithin sichtbar[1]).

Die Anordnung eignet sich nicht nur zur Demonstration der hydraulischen Schwingungen in Turbinenleitungen, sondern bildet auch ein anschauliches mechanisches Modell des schwingenden Lichtbogens nach Duddell und Poulsen; die Analogie geht dabei so weit, daß nicht nur die Schwingungen erster Art[2]), sondern auch die zweiter Art wiedergegeben werden. Dem ersteren Typus entsprechen nämlich die unmittelbar nach Inbetriebsetzung auftretenden, angenähert sinusförmigen Schwingungen kleiner Amplitude; dagegen sind die sich schließlich einstellenden stationären Schwingungen, bei denen in jeder Periode der Wasserzufluß einmal vollständig unterbrochen wird, analog den Lichtbogenschwingungen zweiter Art, die ja ebenfalls durch vollständiges Aussetzen des Lichtbogenstromes in jeder Periode gekennzeichnet sind.

Es darf jedoch nicht verschwiegen werden, daß die Analogie sowohl der Turbinenanlage, als auch des im Vorstehenden beschriebenen Modells zum schwingenden Lichtbogen keine vollkommene ist. Das sieht man sofort, wenn man das der hydraulischen Anordnung entsprechende elektrische Schaltungsschema (Fig. 4)[3]) hinzeichnet. Die Bezeichnungen[4]) bedeuten:

E_0 = Gleichstromquelle von der Spannung E_0,
B = Lichtbogen,
E = Lichtbogenspannung,
J = Lichtbogenstrom,
L = Selbstinduktion,
C = Kapazität,
R = Widerstand,
e = Spannung an C,
i = Strom in L.

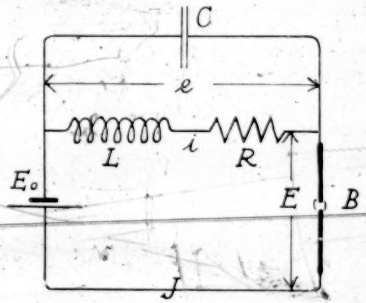


Fig. 4.

Diese elektrische Anordnung ist, im Gegensatz zu der hydraulischen, auch bei noch so großer Kapazität C (entsprechend großer Fläche F des Wasserschloßspiegels) überhaupt nicht stabil; dazu wäre vielmehr zum mindesten nötig, den Widerstand R, dem Kaufmannschen Stabilitätskriterium entsprechend, so groß zu wählen, daß

$$R + \frac{dE}{dJ} > 0 \qquad (5)$$

ist. Das würde auf unsern hydraulischen Fall, wo $E \cdot J = \text{const.}$ ist, übertragen heißen, daß E höchstens halb so groß wie E_0, oder das in der Turbine wirksame Gefälle höchstens gleich dem halben Gesamtgefälle sein darf, der Reibungsverlust im Stollen also mindestens 50 Proz. betragen müßte, während man in Wirklichkeit, in Übereinstimmung mit der oben dargestellten Theorie, auch bei den praktisch vorkommenden geringen Reibungsverlusten von einigen Prozenten einen stabilen Betrieb beobachten kann.

Diese Diskrepanz ist auf die Verschiedenheit der Nachwirkungserscheinungen, nämlich das Nacheilen des Reglers bei der Turbine einerseits und die Lichtbogenhysteresis anderseits zurückzuführen. Letztere wirkt, wie Simon, Barkhausen, u. a. gezeigt haben[1]), wie eine Selbstinduktion, während die

1) In diesem Zustande wirkt der Apparat ähnlich wie ein Wasserwidder, jedoch ist die Ähnlichkeit nur eine äußerliche; das elektrische Analogon des Wasserwidders ist vielmehr, wie Barkhausen (s. folgendes Zitat, S. 101) gezeigt hat, der Wehnelt-Unterbrecher.

2) H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung. Leipzig 1907, S. 71.

3) Ebenso gut oder vielleicht noch besser könnte man die Kapazität C, anstatt parallel zur Selbstinduktion L, parallel zum Lichtbogen B schalten; die Gleichungen (8) bis (12) bleiben dabei dieselben.

4) Diesen elektrischen Größen entsprechen die folgenden hydraulischen, derart, daß bei Ersatz der ersteren durch die letzteren die Gleichungen der hydraulischen Anordnung Fig. 1 bzw. Fig. 3 richtig herauskommen:

$$\mathfrak{J} \sim Q \qquad L \sim \frac{a\varrho}{f}$$
$$E_0 \sim H_g \varrho g \qquad$$
$$E \sim H\varrho g \qquad C \sim \frac{F}{\varrho g}$$
$$e\mathfrak{J} \sim y\varrho g$$

1) Siehe H. Busch, Stabilität, Labilität und Pendelungen in der Elektrotechnik, S. 12 u. 45. Leipzig (S. Hirzel) 1913.

Nacheilung des Turbinenreglers und ebenso des Ventils bei dem oben beschriebenen Demonstrationsversuch, wie sich leicht zeigen läßt, wie eine Kapazität wirken, was für derartige Stabilitätsbetrachtungen mit einer negativen Selbstinduktion gleichbedeutend ist. Daß dieser Unterschied für die Stabilitätsverhältnisse wesentlich sein kann, hat für den Lichtbogen Wagner[1]) gezeigt, indem er bewiesen hat, daß für einen selbstinduktionsfreien Lichtbogen mit parallel geschalteter Kapazität gerade das umgekehrte Kaufmannsche Stabilitätskriterium:

$$R + \frac{dE}{dJ} < 0 \qquad (6)$$

gelten würde. Das gleiche trifft auch im vorliegenden Falle zu. Um das zu zeigen, muß man die Bewegungsgleichungen des Systems unter Berücksichtigung der Selbstinduktion l des Lichtbogens aufstellen. Diese lauten:

$$\left.\begin{aligned} L\frac{di}{dt} + Ri - e &= 0 \\ i + C\frac{de}{dt} - J &= 0 \\ e + l\frac{dJ}{dt} + E(J) &= E_0 \end{aligned}\right| \qquad (7)$$

woraus sich nach der Methode der kleinen Schwingungen[2]) für kleine Abweichungen x einer der Variablen, z. B. des Stromes J, von ihrem Gleichgewichtswert eine lineare Differentialgleichung dritter Ordnung ergibt:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + a_1\frac{d^2x}{dt^2} + a_2\frac{dx}{dt} + a_3 x = 0 \qquad (8)$$

mit den konstanten Koeffizienten:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{E'}{l} + \frac{R}{L} \\ a_2 &= \frac{L + l + RCE'}{lLC} \\ a_3 &= \frac{R + E'}{lLC} \end{aligned}\right| \qquad (9)$$

($E' = \frac{dE}{dJ}$ bedeutet den Anstieg der Lichtbogencharakteristik).

Die Stabilitätsbedingungen[1]) lauten:

$$a_1 = \frac{E'}{l} + \frac{R}{L} > 0 \qquad (10)$$

$$a_3 = \frac{R + E'}{lLC} > 0 \qquad (11)$$

1) K. W. Wagner, Der Lichtbogen als Wechselstromerzeuger. Leipzig 1910, S. 7; siehe auch H. Busch, a. a. O. S. 6 ff.

2) Siehe z. B. H. Busch, a. a. O. S. 32 ff.

$$a_1 a_2 - a_3 = \frac{1}{lLC}\left|\left(\frac{E'}{l} + \frac{R}{L}\right)(L + l + RCE') - (R + E')\right| > 0. \qquad (12)$$

Unter der vereinfachenden Annahme, daß die Selbstinduktion l in der Lichtbogenleitung klein gegen L ist, ergeben sich daraus je nach dem Vorzeichen von l folgende Bedingungen:

a) $l > 0$:

$$E' > 0 \qquad (10a)$$

$$R + E' > 0 \qquad (11a)$$

$$\frac{1}{CE'} + \frac{R}{L} > 0 \qquad (12a)$$

b) $l < 0$:

$$E' < 0 \qquad (10b)$$

$$R + E' < 0 \qquad (11b)$$

$$\frac{1}{CE'} + \frac{R}{L} > 0 \qquad (12b)$$

Man sieht daraus, daß in der Tat durch Vorzeichenwechsel von l die beiden ersten Stabilitätsbedingungen, insbesondere die dem Kaufmannschen Kriterium entsprechende zweite, gerade in ihr Gegenteil verkehrt werden, während die dritte Stabilitätsbedingung (12a) bzw. (12b) vom Vorzeichen von l unabhängig ist. Diese letztere ist es, bei deren Nichterfüllung die oben besprochenen Schwingungen einsetzen, denn die Größe $\frac{1}{CE'}$ ist das Analogon zu der Dämpfungskonstante $\frac{1}{F}\frac{dQ}{dH} = \frac{1}{F}\frac{dH}{dQ}$ in Gleichung (4), in deren negativem Vorzeichen wir oben die Ursache der Wasserschwingungen erkannten; hier kommt noch das Glied $\frac{R}{L}$ hinzu, das in bekannter Weise den Einfluß des Reibungswiderstandes auf die Dämpfung der Schwingungen zum Ausdruck bringt.

Die beiden andern Bedingungen (10) und (11), namentlich die erste, zeigen, daß bei abfallender Charakteristik, d. h. bei negativem E', und positivem l, wie es beim Lichtbogen vorhanden ist, ein stabiler Betrieb überhaupt nicht möglich ist, während bei negativem l diese Bedingungen stets erfüllt sind. Dies ist für Turbinenanlagen von praktischer Wichtigkeit. Hier wirkt zwar das Nacheilen des Reglers, wie gesagt, stets als negatives l, außerdem kommt aber noch eine positive „Selbstinduktion" hinzu, die von der Trägheit der Wassermasse in der Zuflußleitung zur Turbine (Fallrohr zwischen Wasserschloß und Turbine, s. Fig. 1) herrührt. Die obige Untersuchung zeigt, daß, wenn diese

positive Selbstinduktion die vom Nacheilen des Reglers herrührende negative überwiegt, wie es bei großer Länge und zu geringem Querschnitt des Fallrohrs vorkommen kann, ein stabiler Betrieb der Turbinenanlage überhaupt nicht möglich ist.

Die genauere Behandlung dieses Falles, insbesondere die zahlenmäßige Berechnung des negativen und positiven Anteiles von l, muß einer besonderen Untersuchung vorbehalten bleiben.

Zusammenfassung.

1. Es wird eine einfache Theorie der ungedämpften bzw. angefachten Schwingungen in Turbinenleitungen gegeben und gezeigt, daß die wesentliche Ursache dieser Schwingungen die durch die Wirkung des Reglers hervorgerufene abfallende Strom-Druck-Charakteristik der Turbine ist.

2. Es wird eine einfache Versuchsanordnung zur Demonstration dieser Schwingungen gegeben, die darauf beruht, daß an Stelle der Turbine mit Regler ein anderer Apparat mit abfallender Charakteristik (umgekehrtes Druckreduzierventil) verwendet wird.

3. Es wird auf die Analogie dieser Wasserschwingungen mit den elektrischen Schwingungen beim Duddellschen Lichtbogen hingewiesen; diese Analogie ist keine vollkommene, weil der Lichtbogen wie eine Selbstinduktion, die Nacheilung des Reglers der Turbine dagegen wie Kapazität wirkt, was zur Folge hat, daß die der hydraulischen entsprechende elektrische Anordnung überhaupt instabil ist. Die genauen Stabilitätsbedingungen werden hergeleitet und gezeigt, daß die Trägheit der Wassermasse in dem Fallrohr zwischen Wasserschloß und Turbine bei zu großer Länge oder zu geringem Querschnitt des Fallrohrs ebenfalls Instabilität hervorrufen kann.

Jena, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 9. Dezember 1924.)

Vorgänge an negativ geladenen Sonden und an Teilchen, die in Gasentladungen suspendiert sind.

Von Walter Dällenbach, Eduard Gerecke und Eugen Stoll.

Zusammenfassung. Wir geben in dieser Veröffentlichung einen Auszug aus einigen Arbeiten, die im Laufe der letzten Jahre im Laboratorium der A. G. Brown, Boveri & Cie., Baden, im Rahmen von Untersuchungen über die Vorgänge in Quecksilberdampfgleichrichtern ausgeführt worden sind. Der Zweck dieser Untersuchungen brachte es mit sich, daß wir uns einzelnen physikalischen Fragestellungen nicht mit dem ihnen vom Standpunkte der wissenschaftlichen Forschung aus gebührenden Interesse widmen konnten und sie mit Rücksicht auf die drängenden technischen Probleme manchmal nicht genügend verfolgt haben. Aber die technischen Probleme, die uns beschäftigten, gehen in vielen Punkten parallel zu technischen Problemen des experimentierenden Physikers. So berichten wir denn hauptsächlich über einige qualitative Erfahrungen und Beobachtungen, die zu Versuchen über Gasentladungen nützlich sein können.

Versuche an einer Doppelsonde in der positiven Säule eines Lichtbogens bestätigen, daß das Potential der Sonde nicht übereinstimmt mit dem Potential des umgebenden Gases vor Einbringen der Sonde. Die Aufladung der Sonde wird wesentlich mitbestimmt durch Dichte und Geschwindigkeitsverteilung der Ionen- und Elektronenströmung an ihrer Oberfläche.

Aus der Aufladung von suspendierten Teilchen, die in gleicher Weise erfolgt wie die von Sonden, lassen sich Erscheinungen von Materialtransport und die verschiedenen Beläge und Schichten erklären, welche auf Elektroden und Schirmen auftreten, die in Berührung stehen mit dem Lichtbogen oder mit Zonen einer Glimmentladung.

Der von Westphal mit Sonden gemessene Kathodensprung im Kathodengefälle der Glimmentladung ist vorgetäuscht durch positive Aufladung der Sonde infolge von Überwiegen des positiven Ionenstromes an der Kathodenoberfläche.

Quecksilberionen, die mit Geschwindigkeiten bis zu 3000 Volt auf eine Eisenfläche aufprallen, lösen aus dieser noch keinen meßbaren Elektronenstrom aus (unterhalb ca. 1 Proz. des auffallenden Ionenstromes).

Der Umschlag der Glimmentladung in den Lichtbogen kann bereits bei so kleiner Energieentwicklung an der Kathode der Glimmentladung vor sich gehen, daß Erhitzung und Elektronenemission infolge Richardsoneffekt dabei nicht die Ursache sein können. Verunreinigungen der Kathodenoberfläche, besonders wirksam sind z. B. Alkali-Halogen-Verbindungen, erweisen sich als die Ursache solcher „Zündungen". Es wird die Auffassung entwickelt, daß eine Verunreinigung um so eher „zündet", je leichter sie unter dem Bombardement positiver Ionen einerseits Gase, anderseits Elektronen abgibt. Bei der Gasabgabe und auch bei der Elektronenabgabe spielen möglicher-

weise chemische Reaktionen eine Rolle, die durch die Stöße der positiven Ionen in Gang gebracht und unterhalten werden.

Einleitung.

Eine Sonde, die in die positive Säule eines Vakuumlichtbogens hineinragt, nimmt im stromlosen Zustand ein bestimmtes Nullpotential an. Erteilt man ihr eine gegenüber dem Nullpotential negative Spannung, so fließt über sie ein kathodischer Strom (Elektronenaustritt aus der Sonde). Dieser Strom erreicht schon bei einer Spannung von wenigen Volt in scharfem Umbiegen (Knie) einen Sättigungswert, der sich nurmehr ganz unwesentlich ändert, auch wenn die Spannung beträchtlich erhöht wird. Der Sättigungswert wächst ungefähr quadratisch mit der Stromstärke im Lichtbogen.

Diese eigenartigen Tatsachen wurden zum ersten Male mitgeteilt von Schenkel und Schottky[1]). Unabhängig von ihnen waren sie bereits von Jahn beobachtet. Schenkel und Schottky versuchten den Sättigungscharakter durch die Annahme zu erklären, es handle sich um einen durch die Strahlung des Lichtbogens aus der Sonde ausgelösten Elektronenstrom. Dällenbach und Jahn[2]) wiesen darauf hin, daß dazu eine lichtelektrische Ausbeute nötig wäre, welche die von empfindlichen Photozellen weit übertrifft. Langmuir[3]) hat die Erscheinung befriedigend aufgeklärt. An einer mit Gitter bewehrten Sonde hat er nachweisen können, daß es sich um einen Strom positiver Ionen handelt, die dem Lichtbogen entzogen werden. Den Sättigungswert erklärte er in folgender Weise. Die negativ geladene Sonde zieht die aus dem Lichtbogen nach ihr diffundierenden positiven Ionen an und hält die Elektronen von sich fern. In einer der Sondenoberfläche anliegenden Schicht gibt es daher eine Verarmung an Elektronen und ein Überwiegen der positiven Raumladung. Die resultierende positive Raumladung in dieser Schicht und die negative Oberflächenladung der Sonde stehen sich also gegenüber wie die zwei parallelen Belegungen eines Kondensators. Beträgt die ganze Spannungsdifferenz des Kondensatorfeldes beispielsweise 100 Volt und erreichen die Elektronen im Lichtbogen Höchstgeschwindigkeiten von 5 Volt, so vermögen sie nicht tiefer gegen das Kondensatorfeld anzulaufen, als bis zur Äquipotentialfläche, die eine Spannung von 95 Volt gegenüber der Sonde hat. Im Raume der Stärke x von dieser Äquipotentialfläche bis zur Sondenoberfläche existiert daher eine reine Strömung von freifallenden positiven Ionen, vorausgesetzt, daß der Fallraum x klein ist gegenüber der freien Weglänge der Gasmoleküle. Die Anfangsgeschwindigkeit, mit der die positiven Ionen in den Raum x eintreten, ist gleich der Eigengeschwindigkeit der positiven Ionen im Lichtbogen plus der maximalen Elektronengeschwindigkeit im Lichtbogen, die wir hier willkürlich zu 5 Volt angenommen haben. Ist diese Anfangsgeschwindigkeit klein gegenüber der Spannung E über den Fallraum, und kann die Sondenoberfläche als eben aufgefaßt werden, so müssen E, x und die Stromstärke J in guter Näherung die bekannte Raumladungsformel

$$J = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{E^{3/2}}{x^2} \qquad (1)$$

erfüllen. $\frac{e}{m}$ ist Ladung durch Masse der positiven Ionenart. Setzt man an Stelle von E die Spannung der Sonde gegenüber ihrem Nullpotential, so kann für höhere Werte von E die ungefähre Schichtdicke x der Formel 1 entnommen werden. Bei größeren Stromstärken findet man Werte x, die sehr klein sind gegenüber dem Querschnitt des Lichtbogens oder den Abmessungen der Entladungsröhre. Mit wachsendem E nimmt x zu, aber wegen der Kleinheit von x ändert das nichts an der Anzahl positiver Ionen, die durch natürliche Diffusion aus dem Lichtbogen nach der Sonde gelangen. Der Strom J bleibt folglich trotz zunehmender Spannung konstant (Sättigungswert). So verhält es sich bei Sonden, die als eben behandelt werden dürfen. Bei dünnen Drähten muß die zu (1) entsprechende Formel für zylindrische Anordnung benutzt werden. J wächst dann und zwar proportional mit dem Umfang des zum Drahte konzentrischen Zylinders, der das Gebiet der reinen Ionenströmung abgrenzt. Langmuir hat diese Aussage durch Versuche bestätigt gefunden.

Durch geeignete Sondenmessungen ist es also möglich, den Diffusionsstrom der positiven Ionen im Vakuumlichtbogen zu messen. Aus dem Verlauf der Stromspannungscharakteristik vor dem Eintreten der Sättigung lassen sich ferner Schlüsse ziehen auf die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Lichtbogen. Lang-

1) Wissenschaftl. Veröffentl. a. d. Siemens-Konzern **2**, 252, 1922.

2) Phys. Zeitschr. **24**, 256, 1923. Der in dieser Arbeit betonte weitere Stromanstieg nach dem Knie, der die Parallele zur selbständigen Glimmentladung nahelegte, ist — wie wir seither uns überzeugt haben — zurückzuführen einerseits auf die scharfen Ränder der Sonde, anderseits auf die kleine Stromdichte, welche zu einem Dunkelraum von mehr als 1 cm Anlaß gab.

3) Gen. Electr. Rev. **XXVI**, 730, 1923.

muir und Mott-Smith[1]) finden Maxwellsche Verteilung mit einer Temperatur von ca. 1 Volt. Aus diesen zwei Tatsachen ist zu ersehen, daß die Bemerkungen von Langmuir große Bedeutung haben für eine künftige Theorie der positiven Säule.

Schottky und Issendorf[2]) haben seither die Erwärmung der Sonden gemessen und auf diese Weise ebenfalls bestätigt gefunden, daß es sich um einen Strom positiver Ionen handeln muß. Die an der Sonde entwickelte Wärme nimmt nach ihren Versuchen linear mit der Spannung zu und läßt sich schreiben $q = q_0 + CE$. Sie finden, daß der Faktor C mit dem Sättigungsstrome J des Versuches übereinstimmt, was nicht der Fall sein könnte, wenn J ein von der Sonde weg ins Gas hinaus schiessender Elektronenstrom wäre.

Diese Theorie des Sättigungsstromes erlaubt nun auch zu sagen, wie das Nullpotential (Sonde im stromlosen Zustand) sich einstellen wird. In der positiven Säule eines Lichtbogens, wo wegen der einige hundertmal größeren Beweglichkeit der Elektronen gegenüber den positiven Ionen und wegen des Fehlens einer resultierenden Raumladung (das Spannungsgefälle ist homogen) ein mathematisches Flächenelement pro Zeiteinheit von einer entsprechend größerer Zahl Elektronen durchsetzt wird, muß eine zunächst ungeladene Sonde sich so hoch negativ aufladen, daß die Elektronen von ihr abgehalten werden bis auf wenige ganz schnelle, welche die positive Ionenströmung gerade kompensieren. Das Nullpotential ist daher gegenüber dem Potential der ungeladenen Sonde nahezu um soviel niedriger als die Höchstgeschwindigkeit der Elektronen im Lichtbogen beträgt. Würde die Dichte der positiven Ionenströmung überwiegen, so müßte die Sonde sich entsprechend positiv aufladen.

Eigene Versuche, über die wir nun berichten möchten, stehen in Zusammenhang mit diesen Arbeiten.

I. Die Aufladung von Sonden und von in Gasentladungen suspendierten Teilchen.

1. Durch einen seitlichen wagerechten Stutzen S mit Schliff haben wir eine Sonde B in die Mitte der Entladungsröhre R eingeführt (Fig. 1). Die lichte Weite der Röhre betrug 30 mm und in ihr brannte ein Quecksilberlichtbogen. Anode und Kathode waren von außen durch Wasser gekühlte Quecksilberspiegel, die beide ungefähr 40 cm von der Sonde entfernt

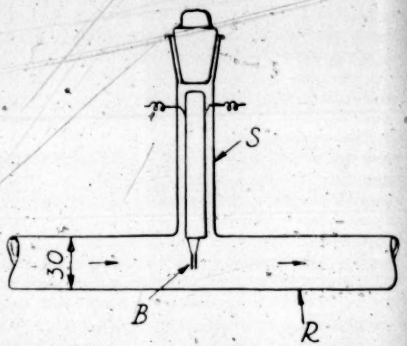


Fig. 1.

waren. Die Röhre war ständig an der Diffusionspumpe, so daß außer dem Quecksilberdampf alle Gase abgesogen wurden. Der Quecksilberdampfdruck änderte sich mit der Stromstärke im Lichtbogen. Wir schätzten ihn auf $^{2}/_{100}$ bis $^{1}/_{10}$ mm Hg je nach Belastung und Temperatur der Röhre. Die Sonde bestand aus zwei voneinander isolierten, dünnen, quadratischen Stahlplättchen K und A von 4,2 mm Kantenlänge, die zueinander parallel in dem kleinen Abstande von ca. $^{1}/_{10}$ mm einander gegenüberstanden (Fig. 2). Die Plättchen

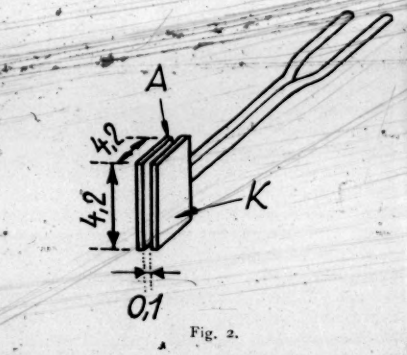


Fig. 2.

waren an zwei Stahldrähte angeschweißt, die geschützt durch ein übergeschobenes Quarzrohr durch den Stutzen S zu zwei getrennten Einschmelzungen führten. Die beiden Plättchen der Sonde wurden senkrecht zur Röhrenachse, also senkrecht zur Stromrichtung eingestellt.

Das der Kathode zugewandte Plättchen K zeigte nun gegenüber dem anderen A — gemes-

1) Gen. Electr. Rev. **XXVII**, Hefte 7, 8, 9. 1924.
2) Zeitschr. f. Phys. **26**, 85, 1924.

sen in Kompensationsschaltung oder mit einem Kleinerschen Elektrometer oder direkt mit Galvanometer und hohem Vorschaltwiderstand — übereinstimmend immer eine um D gleich 1,1 bis 1,6 Volt niedrigere Spannung, je nach Temperaturverteilung der Röhre. Das war bei allen Belastungen von 2 bis 15 Amp. der Fall, für die wir es geprüft haben. Wurden die Plättchen über ein Ampèremeter kurz geschlossen, so floß in der Richtung der Spannungsdifferenz D ein Strom von 0,51; 0,70; 0,86; 0,94 Milli-Amp. bei einem Lichtbogenstrom von 5, 10, 15, 20 Amp. Das sind Messungen für eine Röhrentemperatur von 30°. Diese Zahlwerte ändern sich etwas mit der Temperatur und Temperaturverteilung der Röhre, doch qualitativ bleibt die Erscheinung unverändert.

Aus diesen Tatsachen ist jedenfalls mit aller Deutlichkeit das Eine zu ersehen, daß das Potential einer Sonde nicht einfach übereinstimmt mit dem Potential des Gases an der Stelle, wo die Sonde hingebracht wird, sondern wesentlich abhängt von der Orientierung der Sondenoberfläche zur Ionen- und Elektronenströmung in ihrer Umgebung. In welcher Weise die Spannungsdifferenz D zustande kommt, zeigt die folgende Betrachtung.

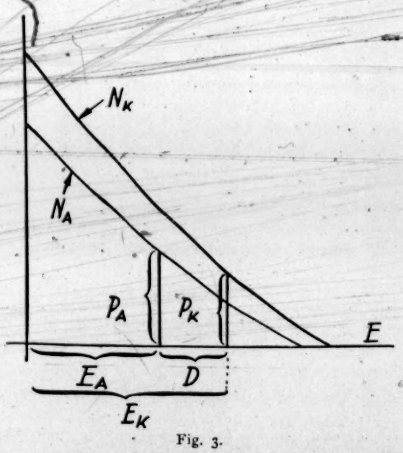


Fig. 3.

Ist N_k die Anzahl der Elektronen, welche pro Zeiteinheit mit einer Normalgeschwindigkeit kleiner als E Volt gegen das der Kathode zugekehrte, noch ungeladene Plättchen K anlaufen, so möge N_k in Abhängigkeit von E variieren wie Fig. 3 zeigt. Wird es ferner pro Zeiteinheit von total P_k positiven Ionen getroffen, so muß sich — nach den Betrachtungen in der Einleitung — das Plättchen auf die negative Spannung E_k aufladen. Die entsprechende Konstruktion gilt für das der Anode zugekehrte Plättchen A. Nach Fig. 3 können zur Spannungsdifferenz $D = E_k - E_a$ zwei verschiedene Ursachen beitragen: 1. Die Kurve N_k läuft oberhalb N_a, d. h. das ungeladene Plättchen K würde im selben Geschwindigkeitsintervall von einer größeren Anzahl Elektronen beaufschlagt als A, und 2. K wird von einer kleineren Anzahl positiver Ionen getroffen als A.

Um diese zwei Einflüsse zu trennen, haben wir der Sonde eine gemeinsame negative Spannung von ca. 20 Volt aufgedrückt und gemessen, wie der Sättigungsstrom sich auf die beiden Plättchen verteilte. Da zeigte sich, daß die zwei Teilströme (jeder betrug ca. 7 Milli-Amp.) immer um 20 Proz. voneinander abwichen und zwar im umgekehrten Sinne, als man erwartet, indem das der Kathode zugewandte Plättchen von der größeren Anzahl positiver Ionen beaufschlagt wird. In diesem Falle kann die Spannungsdifferenz D allein verursacht sein durch die entgegen dem Spannungsgefälle stärkere Elektronendiffusion.

Es wäre falsch anzunehmen, die quantitativen Strömungsverhältnisse der Ionen und Elektronen, die wir hier festgestellt haben, seien charakteristisch für die Vorgänge in der positiven Säule des Lichtbogens. Die zwei Plättchen stimmten allerdings in ihren Abmessungen so genau überein, daß man die unerwartete Verteilung der positiven Ionenströme nicht etwa einem Größenunterschied der Plättchenoberfläche zuschreiben darf. Auch die endliche Dicke x der Raumladungszone kann zur Erklärung der Abweichung von der Verteilung, die man erwarten würde, nicht herangezogen werden; denn bei einer negativen Spannung von 20 Volt und einer Stromdichte von 7 Milli-Amp. pro 4,2 . 4,2 mm² aktive Oberfläche wird für Quecksilberionen $x = 0{,}03$ mm, was klein ist, gegenüber den Abmessungen der Sonde. Nicht berücksichtigt wurde dagegen die von der Kathode stärker wegblasende Quecksilberdampfströmung, die besonders die positiven Ionen entgegen dem Spannungsgefälle konvektiv mitführt. Daß dieser Einfluß besteht, erhellt daraus, daß durch künstliches Heizen der Anode die beobachtete Abweichung kleiner wird. Bei einer Anordnung, die diese Fehlerquelle vermeidet, wird eine Doppelsonde — wie wir sie verwendet haben — beitragen können zur weiteren Klärung der Vorgänge in der positiven Säule des Lichtbogens.

2. Die Überlegungen, welche dazu führen, daß eine in die positive Säule hineinragende Sonde sich negativ aufladen muß, verlangen,

daß auch ein im Lichtbogen frei schwebendes, suspendiertes Teilchen von leitender oder nicht leitender Substanz eine negative Ladung annimmt. Ein suspendiertes Teilchen muß infolge davon die Tendenz bekommen, entgegen dem Spannungsgefälle sich zu bewegen. Natürlich wirken auf das Teilchen noch andere Kräfte, welche diese elektrostatische Kraft des Spannungsgefälles mehr oder weniger überdecken werden, z. B. sein Gewicht, die Trägheitskräfte, die Reibungskräfte am Gas und an den in der Mehrzahl im entgegengesetzten Sinne sich bewegenden positiven Ionen. Es ist aber leicht, Versuche anzustellen, bei denen die von der negativen Ladung herrührende Kraft sich zeigt.

Der Glaszylinder Z (Fig. 4) mit den zwei

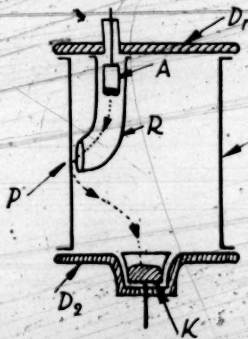


Fig. 4.

aufgeschliffenen Eisendeckeln D_1 und D_2 hatte einen Durchmesser von 28 und eine Höhe von 34 cm. Er enthielt eine Quecksilberkathode K und in einem trompetenförmig gebogenen Glasrohr R eine blanke Eisenanode A. Der Zylinder wurde durch eine Diffusionspumpe evakuiert. Ein von A nach K brennender Lichtbogen mußte den durch Pfeile hervorgehobenen Weg nehmen. Die Anode A blieb dabei vollkommen blank. Wurde aber auf das Kathodenquecksilber ein Stück Kohle gelegt, an dem der Kathodenfleck öfters ansetzte, so daß es zerstäubte, so bildete sich nach einigen Minuten Betrieb mit einer Lichtbogenstromstärke von wenigen Ampère auf der Anode ein Überzug von fein verteilter Kohle. An der Wand bei P war eine Trübung des Glases zu beobachten. Er war das offenbar eine Ablagerung von schwereren Kohlepartikeln, die bei den im Spannungsgefälle von K bis P erreichten Geschwindigkeiten wegen ihrer Trägheit nicht um die Biegung in das trompetenförmige Rohr R zu gelangen vermochten. Wurde, nachdem die Apparatur gereinigt worden war, ein Stückchen Eisen zur Zerstäubung aufs Kathodenquecksilber gelegt, so zeigte sich wieder der Materialtransport von der Kathode nach der Anode, aber beim Eisen gab es einen leichten Niederschlag auf der Anode, während an der Glaswand bei P eine sehr starke Schwärzung auftrat. Die zerstäubten Eisenteilchen waren im Mittel vermutlich bedeutend schwerer als die Kohleteilchen.

Materialtransport infolge negativer Aufladung ist auch sehr oft bei Glimmentladung zu beobachten. Die Kathode zerstäubt und an der Anode bildet sich ein Niederschlag von Kathodenmetall. Besonders deutlich zeigt sich diese Erscheinung, wenn das Anodenlicht die Anode nicht gleichmäßig bedeckt, sondern sich beispielsweise wegen einer Verunreinigung an bestimmter Stelle zu einer Haube zusammenzieht. Diese Stelle wird nach kurzer Zeit umgeben sein von Interferenzfarbenringen, die auf einen nach der Mitte der Haube hin zunehmenden Belag schließen lassen. Wenn das Kathodenmetall mit dem Gasinhalt reaktionsfähig ist, so können auch feste chemische Verbindungen deponiert werden. So haben wir mehrere Male Eisenoxyde nachweisen können.

Wir nehmen noch eine Abschätzung der Größe der Teilchen vor. Haben die kugelförmigen Teilchen den Radius r cm, das spezifische Gewicht ϱ g/cm³ und sind sie auf eine Spannung von E Volt gegenüber dem Lichtbogen aufgeladen, so erfahren sie im Spannungsgefälle ε Volt/cm die Kraft

$$K = \frac{10^9}{c^2} r E \varepsilon \quad \text{Joule cm.}$$

$c = 3.10^{10}$ cm/sec ist die Lichtgeschwindigkeit. Das Gewicht der Teilchen beträgt

$$G = \frac{4\pi}{3} r^3 \varrho \quad \text{g.}$$

Für Teilchen, deren Radius unterhalb

$$r = 5{,}2 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{E\varepsilon}{\varrho}} \quad \text{cm}$$

liegt, würde die elektrostatische Kraft K grösser werden als das Gewicht. Schätzen wir für die Verhältnisse im Lichtbogen E zu 10 Volt, ε zu $^1/_{10}$ Volt/cm, so würden Teilchen vom spezifischen Gewichte $\varrho = 10$ und einem Radius von 10^{-5} cm bereits im Lichtbogen schweben. Es handelt sich also um kolloide Teilchen.

3. Gewisse Erscheinungen an der Kathode einer Glimmentladung deuten darauf hin, daß auch positive Aufladung suspendierter Teilchen vorkommt. In Fig. 5 sei K der Kathodenteller einer Glimmentladungsröhre. Im zen-

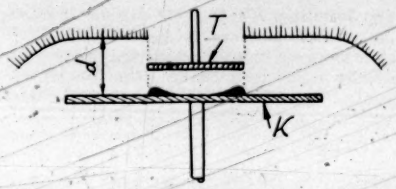


Fig. 5.

tralen Teil werde durch einen kleineren Teller T der etwa bis in die Hälfte des Crookeschen Dunkelraumes von der Breite d an die Kathode herangeht, die Entladung in bekannter Weise abgeschirmt. Man wird dann beobachten, daß in der Randzone von T ein kathodenzerstäubter Belag deponiert wird. Aber merkwürdigerweise nicht nur auf T, sondern auch auf dem abgeschirmten Gebiete der Kathode K bilden sich Interferenzfarbenringe, die auf einen Belag schließen lassen, dessen Dicke verläuft, wie in Fig. 5 im Schnitt stark überhöht eingezeichnet ist. Diesen und bei anderen Anordnungen ähnliche Beläge auf der Kathode einer Glimmentladung kann man sich so erklären: Die an der Kathode zerstäubten und von ihr wegfliegenden Partikel bestehen aus vielen Atomen, und sie bewegen sich langsam im Vergleich zu den positiven Ionen und Elektronen. Sie haben also Zeit, sich in der unmittelbaren Nachbarschaft der Kathodenoberfläche positiv aufzuladen; denn bei Glimmentladung ist ja an der Kathodenoberfläche der positive Ionenstrom ein Vielfaches des Elektronenstromes, und eine Partikel wird also im ungeladenen Zustande pro Zeiteinheit von viel mehr positiven Ionen als Elektronen getroffen, lädt sich folglich positiv auf und wird von der Kathode angezogen. Wenn wir annehmen, daß große und kleine Teilchen im Mittel mit gleicher kinetischer Energie von der Kathode weg verdampfen, so werden es im allgemeinen größere und schief zur Kathodenoberfläche wegfliegende Teilchen sein, deren kinetische Energie nicht ausreicht, in ein Gebiet zu gelangen, wo der Elektronenstrom gegenüber dem positiven Ionenstrom überwiegt, was Umladung der Teilchen zur Folge hätte. Sie werden vorher gebremst und kehren zur Kathode zurück, um nach einiger Zeit wieder zu verdampfen. Die Teilchen aber, die wegen der seitlichen Streuung unter den Teller T gelangen, bleiben dort liegen und bilden den Belag, den wir erklären wollten.

Diese Auffassung steht auch damit in Übereinstimmung, daß Westphal[1]) seinerzeit mit Sonde einen Kathodensprung gemessen hat, der ja in Widerspruch steht mit späteren Ausmessungen des Feldverlaufes im Kathodengefälle mit Hilfe des Starkeffektes[1]). Wegen Überwiegen des positiven Ionenstromes muß sich eine Sonde in unmittelbarer Nachbarschaft der Kathode positiv aufladen. Wäre der Elektronenstrom an der Kathode null, so ließe sich aus dem Kathodensprung direkt die Maximalgeschwindigkeit ableiten, mit der die positiven Ionen auf der Kathode ankommen. In Wirklichkeit folgt aus ihm nur eine untere Grenze für diese Höchstgeschwindigkeit. Der Kathodensprung steht in Analogie dazu, daß mit Sonden der Anodenfall eines Vakuumlichtbogens immer um einige Volt zu groß, der Kathodenfall aber um einige Volt zu klein gemessen wird.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **12**, 275, 1910.

II. Elektronenauslösung aus einer Eisenoberfläche durch den Stoß positiver Quecksilberionen.

Nach den in der Einleitung dargelegten Anschauungen von Langmuir sind es eigentlich Kanalstrahlen, die auf eine ebene negativ geladene Elektrode (Sonde) auftreffen, welche mit der positiven Säule eines Vakuumlichtbogens in Berührung steht. Beträgt die negative Spannung der Elektrode 100 Volt und mehr, so ist die Kanalstrahlung schon gut homogen, indem die Eigengeschwindigkeiten der Ladungsteilchen im Lichtbogen klein werden, verglichen mit der Spannung E über den allen Teilchen gemeinsamen Fallraum x. Ist x klein gegenüber dem Querschnitte der positiven Säule des Bogens und den Abmessungen der Entladeröhre, der Sättigungswert der positiven Ionenströmung infolgedessen mit der Spannung E unveränderlich, so lassen sich durch die Stromstärke im Lichtbogen die Intensität, durch die Spannung E die Härte der Kanalstrahlen unabhängig voneinander variieren. Steigert man bei festgehaltener Intensität die Härte, der Strahlung, so wird sie von einer gewissen Spannung E_1 an aus dem Elektrodenmetall mehr Elektronen auslösen, als zur Absättigung der positiven Ionen nötig sind. Es tritt über x eine der Kanalstrahlung entgegenlaufende Kathodenstrahlung auf, die sich in der Stromspannungscharakteristik der Elektrode durch ein erneutes Zunehmen des vom Knie bis zu E_1 unveränderlichen Stromes bemerkbar machen muß (Fig. 6).

Um diese Erscheinung aufzunehmen, wurde in den Stutzen S (Fig. 1) an Stelle der Sonde B die Elektrode Fig. 7 eingeschoben, so daß

1) Brose, Ann. d. Phys. **58**, 731, 1919.

ihre Stirnfläche mit der Wand der Lichtbogenröhre R bündig war. Die Elektrode bestand aus einem dickwandigen Zylinder D mit einem Außendurchmesser von 19 mm und einem massiven konzentrisch dazu eingesetzten Kern F von

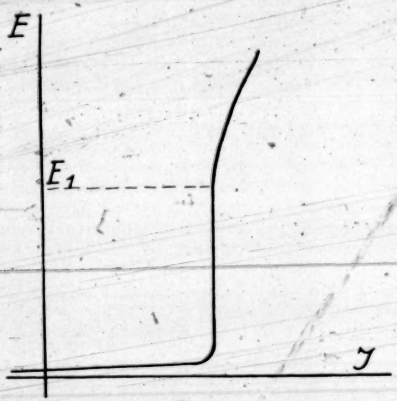


Fig. 6.

7 mm Durchmesser. Beide waren aus Eisen und voneinander isoliert durch Glimmerzwischenlagen G, welche der Einwirkung der Entladung entzogen waren. Der Spalt zwischen D und F betrug $^1/_{10}$ mm. Die Diffusionspumpe war vor und während den

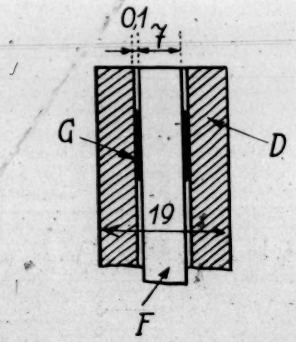


Fig. 7.

Messungen ständig in Betrieb und erhielt in der Röhre abgesehen vom Quecksilberdampfdruck ein hohes Vakuum. Der Hauptlichtbogen wurde vor den Messungen während längerer Zeit konstant auf dem Werte J_0 gehalten, und es wurde Beharrung der Temperaturverteilung abgewartet. D und F wurden miteinander auf die Spannung E gebracht, dagegen nur der über F fließende Strom J gemessen. D diente als Schutzring um den störenden Einfluß der Ränder von F auszuschalten. Daß das erreicht wurde, zeigen die Meßresultate (Fig. 8), welche

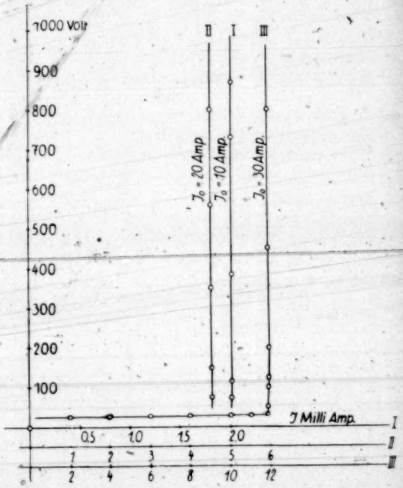


Fig. 8.

für drei verschiedene Sättigungswerte 2,0; 4,6 und 11,9 Milli-Amp. entsprechend den Lichtbogenstromstärken $J_0 = 10$; 20 und 30 Amp. die Konstanz des positiven Ionenstroms dartun. Als Spannungsquelle diente ein Gleichstromaggregat. Bemerkenswert ist, daß der Strom auch bei Spannungen von 6000 Volt noch keine Zunahme zeigte, die auf einen irgendwie wesentlichen Elektronenstrom schließen ließe. Doch waren die Messungen bis zu so hohen Spannungen mit einer Sonde ohne besondere Kühlung nicht mehr zuverlässig durchführbar. Die durch die Kanalstrahlung verursachte Erhitzung wurde zu groß. Bei der größten Röhrenbelastung $J_0 = 30$ Amp. betrug der totale Sondenstrom (Kern plus Schutzring) etwa 0,1 Amp., was bei einer Spannung von $E =$ 6000 Volt eine Energiezufuhr von 600 Watt bedeutet. Wir haben uns daher beschränkt auf Messungen bis in die Gegend von $E =$ 3000 Volt. Um den störenden Einfluß unvermeidlicher Temperaturänderungen klein zu halten, wurden die einzelnen Meßpunkte möglichst rasch nacheinander aufgenommen und, um die Konstanz des Sättigungsstromes sicher nachweisen zu können, eine Reihenfolge der Meßpunkte gewählt, die hin und her sprang

zwischen hohen und niedrigen Werten der Spannung. In dieser Weise sind die Meßreihen Tabelle I gewonnen worden. In der Meßreihe 1

Tabelle I.

Meßreihe 1. $\mathcal{J}_0 = 10{,}0$ Amp.

Nr.	E Volt	$\mathcal{J}$ M.-Amp.	Stromänderung Proz.
1	360	2,00	
2	1640	2,09	4,5
3	360	2,00	
4	1640	2,09	4,5
5	360	2,00	
6	1640	2,09	4,5
7	360	2,00	
8	1640	2,10	5
9	320	2,08	
10	1000	2,10	1
11	400	2,00	
12	1760	2,12	6
13	480	2,00	
14	1760	2,13	6,5
15	480	2,00	
16	1760	2,06	3
17	490	2,02	
18	1800	2,04	1
	Im Mittel		4,0 Proz.

Meßreihe 2. $\mathcal{J}_0 = 20{,}0$ Amp.

Nr.	E Volt	$\mathcal{J}$ M.-Amp.	Stromänderung Proz.
1	560	4,54	
2	2120	4,56	0,9
3	560	4,56	
4	2120	4,56	0
5	560	4,56	
6	2120	4,55	— 0,4
7	560	4,56	
8	2120	4,54	— 0,9
9	1080	4,56	0
10	2720	4,56	
11	1040	4,56	— 0,9
12	2680	4,54	
13	1040	4,56	0,4
14	2680	4,57	
15	1040	4,56	0
16	2680	4,56	
17	1040	4,56	0,4
18	2680	4,57	
	Im Mittel		0,6 Proz.

Meßreihe 3. $\mathcal{J}_0 = 19{,}0$ Amp.

Nr.	E Volt	$\mathcal{J}$ M.-Amp.	Stromänderung Proz.
1	290	9,67	
2	1730	9,74	0,7
3	330	9,71	
4	2120	9,79	0,8
5	290	9,67	
6	2060	9,71	0,4
7	420	9,67	
8	1890	9,75	0,8
9	270	9,53	
10	1940	9,61	0,8
11	330	9,60	
12	2000	9,73	1,4
	Im Mittel		0,8 Proz.

Meßreihe 4. $\mathcal{J}_0 = 30{,}0$ Amp.

Nr.	E Volt	$\mathcal{J}$ M.-Amp.	Stromänderung Proz.
1	520	11,86	
2	2920	11,88	0,02
3	520	11,88	
4	2920	11,88	0,00
5	920	12,00	Sonde rot-warm.
6	3520	12,04	
7	920	11,60	
8	3520	11,64	
9	920	11,04	
10	3520	11,60	
11	920	11,20	
12	3520	11,40	

ist der Stromanstieg von 4 Proz. bei 1300 Volt Spannungsänderung relativ am größten. Für diese kleinste Stromdichte ändert sich nach Formel (1) auch die Breite x der Raumladungszone am stärksten, so daß die beobachtete Stromzunahme möglicherweise auf eine Zunahme des positiven Ionenstromes zurückzuführen ist.

Es scheint also, daß Quecksilberionen von 2000 bis 3000 Volt Geschwindigkeit noch keine irgendwie beträchtliche Kathodenstrahlung aus einer Eisenfläche auslösen, nach Tabelle I unterhalb ca. 1 Proz. des auffallenden Ionenstromes. Dagegen trat bei den hohen Spannungen eine starke Zerstäubung des Eisens ein. Die Raumladungszone der Dicke x, innerhalb der nach Langmuir nur positive Ionen sich befinden, zeichnete sich als scharf begrenzter Dunkelraum ab. Es fehlt in ihm die Möglichkeit zur Strahlung emittierenden Rekombination. Daß es sich nicht etwa um einen Crookeschen Dunkelraum handelt, geht daraus hervor, daß der beobachtete Dunkelraum mit wachsender Spannung zunimmt, während der Crookesche Dunkelraum bekanntlich abnimmt.

Solche Messungen sind auch für andere als Quecksilberionen möglich, indem man, um den Quecksilberdampf zu vermeiden, einen Lichtbogen mit Glühkathode in entsprechender Gasatmosphäre brennen läßt. Sie würden erlauben, die zur Erklärung der Glimmentladung wichtige Kathodenstrahlauslösung aus Metallen durch den Stoß verschiedener Arten positiver Ionen zu bestimmen. Die Methode erscheint uns zuverlässiger als die von Badareu[1]) angewandte.

III. Lichtbogenzündung durch Glimmentladung.

1. Wenn man eine nicht gründlich gereinigte Elektrode als Kathode einer Glimmentladung in Betrieb nimmt, so beobachtet man an der Elektrodenoberfläche eine größere oder kleinere Anzahl schnell aufleuchtender und wieder verschwindender Szintillationen[2]), die allmählich seltener werden, bis sie im allgemeinen nach einigen Minuten völlig verschwinden und das Glimmlicht ruhig brennt. Jede dieser Szintillationen ist der Beginn eines elektrischen Lichtbogens und würde in einen solchen ausarten, wenn der strombegrenzende Widerstand

1) Phys. Zeitschr. **25**, 137, 1924. Nach unserem Dafürhalten kann eine eventuelle Elektronenauslösung von 30 Proz. des positiven Ionenstromes, wie sie Badareu für alle Spannungswerte behauptet gemessen zu haben, gefälscht oder vorgetäuscht sein durch Änderung des positiven Ionenstromes mit der Spannung infolge des Durchgriffs der Kathode seiner Röhre durch das Gitter.

2) Es handelt sich offenbar um dieselbe Erscheinung, welche auch Günther-Schultze, Zeitschr. f. Phys. **20**, 11, 1923 und Langmuir, Gen. Electr. Rev. **XXVII**, 8, 1924 beschreiben. Auch die Lichtblitze und Stromstöße, denen Oelkers, Ann. d. Phys. **74**, 705, 709 ff., 1924 begegnet ist, dürften nach unsern Erfahrungen auf die Anwesenheit von verunreinigenden Schmirgelteilchen auf der Kathode zurückzuführen sein. Endlich beobachtete auch Lauch, Ann. d. Phys. **74**, 58. 1924 solche Zündungen an den Berührungsstellen von Glimmer und Glas mit der Kathode. Im Konzern von Brown, Boveri & Cie. hat Braband schon im Frühjahr 1922 in einem internen Berichte des Mannheimer Versuchsraumes hingewiesen auf die Bedeutung von Verunreinigungen wie *Na Cl*, Glas, Glimmer, Asbest usw. für die Lichtbogenzündung an der Kathode einer Glimmentladung.

zwischen Spannungsquelle und Entladungsröhre kurzgeschlossen würde. Dieser Zündvorgang soll genauer betrachtet werden.

An einer Metall- oder Kohleelektrode, die rein war oder gründlich gereinigt wurde —, es sind allerdings nur eine Ruß- und einige Metallelektroden genauer untersucht worden — haben wir nie derartige Zündungen feststellen können. Wurde dagegen an eine Stelle einer solchen nicht zündenden Elektrode eine Spur einer geeigneten Substanz gebracht, so traten an dieser Stelle sofort Zündungen auf. Zu besonders lebhaften Zündungen gaben die Alkali-Halogen-Verbindungen Anlaß. Wir beschreiben einige Versuche mit Natriumchlorid.

Auf der Mitte eines kreisförmigen, peinlich gereinigten Platinbleches von 40 mm Durchmesser wurde ein Tropfen verdünnte *NaCl*-Lösung aufgebracht und über der Flamme oder im Vakuum eingedampft. Das zurückbleibende *NaCl* bildete eine dünne Kruste von einigen Millimetern Durchmesser. Hierauf wurde das Blech *B* als Kathode auf den Teller *T* der Entladeröhre Fig. 9 gelegt, wozu es aber nur

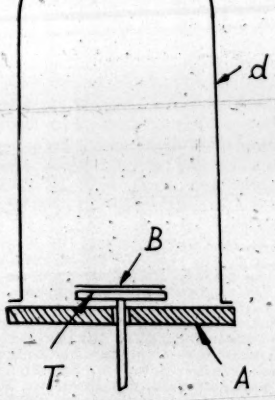


Fig. 9.

mit gereinigter Pinzette angefaßt werden durfte. Der Teller *T* hatte eine Ausführung mit Glasisolator und Kittstelle durch die Eisenplatte *A*, die als Anode diente und auf der die Glasglocke *G* dicht aufgeschliffen war. Anode *A* und Kathodenteller *T* waren einander so nahegerückt, daß das negative Glimmlicht nur von der Oberseite des Tellers, wo das Platinblech sich befand, ausgehen konnte. Die Röhre wurde formiert, mehrmals evakuiert und dann trockener, technischer Stickstoff eingefüllt bis auf einen Druck von p Millimeter *Hg*. Eine vorgeschaltete Elektronenröhre erlaubte, den Glimmstrom, der von *A* nach dem Blech *B* ging, von Null allmählich anwachsen zu lassen. Die Spannung an der Entladung, bei der die erste Szintillation beobachtet wurde, konnte an einem statischen Voltmeter abgelesen werden. Nach acht solchen Ablesungen beim selben Gasdruck wurde der Gasinhalt erneuert und die Meßreihe wiederholt. Der Mittelwert aus 16 solchen Einzelmessungen ist in Fig. 10 in

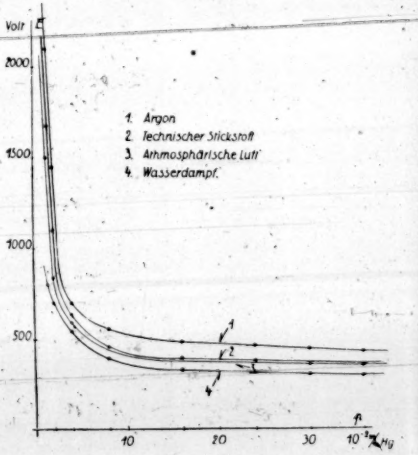


Fig. 10.

Funktion von p aufgetragen. Die Kurve ist gut reproduzierbar. Die Streuung der Einzelmessungen zeigt das folgende Beispiel. Bei einem Gasdruck von 0,36 mm *Hg* Stickstoff wurden als Einzelwerte der Zündspannung an *NaCl* gefunden 400; 380; 370; 370; 370; 360; 358; 356 und nach Erneuerung des Gasinhaltes 356; 356; 352; 350; 346; 346; 346; 340 im Mittel also 360 Volt. Die Abnahme der Zündspannung während des Versuchs hat sich bei neuem Präparat regelmäßig gezeigt.

Bemerkenswert ist in Fig. 10 die steile Zunahme der Zündspannung bei gegen Null abnehmendem Gasdruck und der Grenzwert, dem sie sich für große Gasdichten nähert. Die Zündungen finden häufiger am Rand als im Innern des *NaCl*-Flecks statt. Durch viele Zündungen verschwindet allmählich das *NaCl*. Das kann eine einfache Zerstäubung sein.

Versuche von Just und Haber[1]) über Emission langsamer Kathodenstrahlen bei Bildung von Alkali-Halogen-Verbindungen legten nahe, es könnten chemische Reaktionen für den Zündvorgang wesentlich sein. Jedenfalls um einen Vorgang infolge hoher Temperatursteigerung und Richardsoneffekt, wie der Umschlag der Glimmentladung in den Lichtbogen in der Literatur meistens aufgefaßt wird und wie er z. B. bei der Zündung einer Wolfram-Edelgas-Bogenlampe vor sich geht, handelt es sich hier nicht. Dazu sind die auftreffenden Energien, insbesondere bei den kleinen Gasdrucken, zu gering, verglichen allein mit der Energieableitung durch Strahlung. Wenn chemische Reaktionen eine Rolle spielen, so fragt es sich, ob die Natur des Gasinhaltes der Röhre dafür wesentlich ist. Wir haben dafür die Kurve für Stickstoff in Fig. 10 ergänzt durch analoge Messungen bei Entladung in Luft, in Wasserdampf und in technischem Argon mit ca. 2 Proz. Stickstoff. Die Resultate sind ebenfalls in Fig. 10 eingetragen. Der Gasdruck wurde in allen Fällen mit einem Hitzdrahtvakuummeter gemessen unter der Annahme, daß die Wärmeableitungen verschiedener Gase sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren Molekulargewichten. Die chemische Natur des Gases, in welchem die Entladung vor sich geht, scheint danach für den Zündvorgang nicht wesentlich zu sein. Wir haben infolgedessen die weiteren Versuche alle in Stickstoff ausgeführt.

Es wurden, um den Einfluß der chemischen Natur der Verunreinigung festzustellen, außer einer Anzahl technischer Substanzen leicht verdampfende Elemente, wie Schwefel und eine große Zahl binärer Verbindungen, Kombinationen zwischen den verschiedenen Gruppen von Metallen und Metalloiden des periodischen Systemes zu Zündung auf das Platinblech aufgebracht. In einigen Fällen wurde wieder die Abhängigkeit der Zündspannung vom Gasdruck aufgenommen. Es zeigte sich ausnahmslos ein Verlauf wie Fig. 10, so daß wir uns für die Mehrzahl der Fälle begnügten, festzustellen, ob die betreffende Substanz „zündet" oder nicht. Die untersuchten Substanzen wurden von Kahlbaum als rein bezogen. Soweit sie in Wasser löslich waren, wurden sie wie $NaCl$ auf das Platinblech aufgebracht. Die unlöslichen wurden fein zerstoßen und mit Wasser angeschwemmt.

Die Resultate sind kurz die folgenden. Einzelne chemische Elemente, wie Schwefel und die meisten binären Verbindungen „zünden". Es gibt aber Gruppen von Verbindungen, wie z. B. die Verbindungen des Eisens mit den Metalloiden, bei denen nie eine Zündung beobachtet werden konnte. Einfache Gesichtspunkte, welche die „zündenden" Substanzen zu charakterisieren vermöchten, haben sich aus diesen Versuchen nicht ergeben. Wenn man die Versuche unter eingehender Berücksichtigung chemischer Tatsachen wiederholen würde, so ließen sich aus ihnen vielleicht weitere Schlüsse ziehen. Die Beobachtungen wurden sorgfältig gemacht, aber es zeigten sich oft zusätzliche Erscheinungen, die wir aus Zeitmangel und mit Rücksicht auf das Ziel, das wir im Auge hatten, nicht zu Ende verfolgen konnten, was man unbedingt hätte tun müssen, um ein sicheres Urteil darüber zu gewinnen, welche Gruppen von Substanzen „zünden" und welche nicht. So zeigten z. B. einzelne Verbindungen schon bei schwachen Entladungen Verfärbungen, die Zerfall oder andere chemische Reaktionen vermuten ließen. Bei einigen Verbindungen, die zuerst nicht „zündeten", trat Zündung ein, sobald die Entladung plötzlich eingeschaltet wurde, statt sie allmählich hinaufzusetzen. Beim allmählichen Steigern der Entladung zerfiel offenbar die Verbindung, bevor die Zündspannung erreicht war. Auch haben wir bei unsern Versuchen nicht geachtet auf den Gehalt an Kristallwasser. Wir sehen deshalb davon ab, die Ergebnisse explizite mitzuteilen.

2. Die Zündspannung Z, wie sie Fig. 10 in Abhängigkeit vom Gasdruck zeigt, ist keine einfache Größe. Man kann sich das in folgender Weise veranschaulichen. Die Glimmentladung am Platinblech allein habe die Stromspannungscharakteristik I von Fig. 11; für den Fleck, der gute Ohmsche Leitfähigkeit zeigen möge, gelte aber eine Charakteristik II, die wegen der Kleinheit des Fleckes sehr nahe der Ordinatenachse aufsteigt, aus unbekannten Gründen ein Maximum erreicht, dann in einem labilen Ast in die Lichtbogencharakteristik übergeht, welche für größere Stromstärken zu relativ kleinen Spannungswerten abfällt. Hat die Stromquelle die elektromotorische Kraft E_0 und ist III die Gerade des im Kreise befindlichen Widerstandes, so wird die Entladung am Blech sich entsprechend dem Punkte A', die am Fleck entsprechend A einstellen, vorausgesetzt, daß die Stromstärke im Fleck zunächst zu vernachlässigen ist gegenüber der am Blech. Verkleinert man den Widerstand, so dreht sich III um E_0 und A und A' wandern gegen Z und Z'. Im Moment, wo Z und Z' erreicht werden, tritt Zündung ein, die Entladung am Blech bricht zusammen zugunsten der Entladung am Fleck, und an diesem konzentriert

[1]) Ann. d. Phys. 36, 308, 1911.

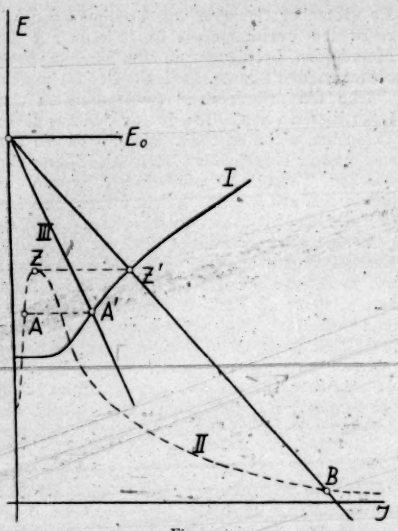


Fig. 11.

sie sich auf die zündende Stelle. Der Widerstand begrenzt die Stromstärke, so daß der Vorgang im Punkte B zum Stehen kommt. Sei es nun, daß die Substanz an der Zündstelle weggefressen wird, oder daß irgend etwas anderes Ursache ist, jedenfalls reißt im allgemeinen der Zündvorgang sofort wieder ab und die normale Glimmentladung stellt sich von neuem ein. Nach einigen Sekunden oder auch früher kann eine neue Zündung erfolgen. Es gibt auch Substanzen, bei denen dauernd ein sehr kleiner Kathodenfleck mit einer Stromstärke von wenigen Milli-Ampère bestehen bleibt, und auf der Substanz herumeilt, wie denn überhaupt die Leuchterscheinungen und Szintillationen bei verschiedenen Substanzen sehr verschieden aussehen können. Was wir als Zündspannung bezeichnet haben, ist offenbar die Spannung, die zum Maximum der Stromspannungscharakteristik II am Fleck gehört. Das soll keine Erklärung des Zündvorganges sein, wir wollten nur darauf hinweisen, daß die Zündspannung in keiner einfachen Beziehung steht zu den Elementarprozessen, welche bei der Zündung eine Rolle spielen.

Um über die Elementarprozesse mehr zu erfahren und ausgehend von der Annahme, daß das Wesentliche des Zündvorganges im Bombardement der „zündenden" Substanz durch positive Ionen besteht, haben wir einen Flecken von *NaCl* auf die Elektrode F (Fig. 7) des vorigen Abschnittes II aufgebracht. Es sind an diesem Flecken unter der Einwirkung der Kanalstrahlung positiver Quecksilberionen des Lichtbogens in der Röhre C (Fig. 1) ebenfalls Zündungen aufgetreten und zwar zeigt es sich, daß hier die Zündspannung Z mit zunehmendem Ionenstrom p_0 abnimmt, wie das die Kurve von Fig. 12 veranschaulicht. In Entladegefäßen großer Leistung, z. B. Quecksilberdampfgleichrichtern, wo sehr hohe Dichten der positiven Ionenströmung vorkommen, haben wir derartige Zündungen oft schon unter Spannungen von wenigen Volt beobachten können. Vermutlich ist danach die Abnahme der Zündspannung bei zunehmendem Gasdruck in Fig. 10 eine Folge der mit dem Gasdruck zunehmen-

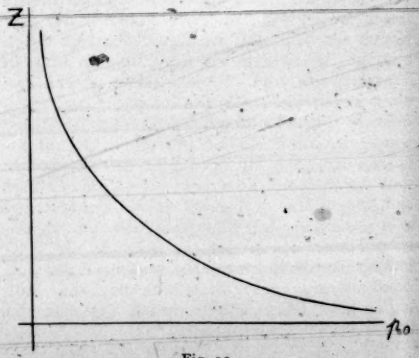


Fig. 12.

den positiven Ionenströmung in der selbständigen Glimmentladung, und der Grenzwert der Zündspannung, der für große Gasdrucke erreicht wird, stimmt überein mit dem normalen Kathodengefälle, unterhalb dem eine selbständige Glimmentladung nicht bestehen kann. Wie ist aber diese Abnahme der Zündspannung mit zunehmender Stromdichte der positiven Ionen zu erklären?

Die aus dem Lichtbogen stammenden positiven Ionen p_0 durchlaufen im Fallraum x die Spannung E und lösen an der auf der Kathode befindlichen Substanz Elektronen aus. Die Elektronen fliegen ebenfalls unter dem Spannungsgefälle E als Kathodenstrahlen von der Kathode weg ins Gas. Wenn die Gasdichte genügend groß ist, so werden sie im Raum vor dem Substanzflecken neue Ionenpaare bilden, so daß die Stromdichte der positiven Ionen von p_0 auf $p_0 + p_1$ anwächst. Die Stromdichte der Kathodenstrahlung läßt sich also schreiben $n = k_0 p_0 + k_1 p_1$. Die Faktoren k_0 und k_1 werden bestimmt sein durch die Elektronenaus-

lösung an der betreffenden Substanz, durch die Ionenart und durch eine mittlere Geschwindigkeit, mit der die Ionen auf das Präparat auftreffen. k_1 wird etwas kleiner als k_0 ausfallen, weil die Ionen p_1 nur zum Teil das ganze Spannungsgefälle E werden durchlaufen haben. Anderseits läßt sich der durch die Kathodenstrahlung n hervorgerufene Ionenstrom p_1 ansetzen als $p_1 = Cn$. Der Faktor C wird eine Funktion der Härte der Kathodenstrahlen und der Gasdichte vor dem Fleck sein. Aus diesen Ansätzen folgt die Gesamtstromdichte

$$i = n + p_0 + p_1$$

zu

$$i = p_0 \frac{1 + k_0 + C(k_0 - k_1)}{1 - k_1 C}.$$

Dieser Strom i wird über alle Grenzen wachsen, wenn $k_1 C$ sich dem Werte 1 nähert. Analog wie bei der Townsendschen Theorie des Funkenpotentials ist das Verschwinden des Nenners, $k_1 C = 1$ die Bedingung für die Zündspannung Z. Aus ihr muß man verstehen können, wieso mit wachsendem p_0, wie es Fig. 12 veranschaulicht, Z abnimmt. Beide Faktoren k_1 und C und damit auch ihr Produkt werden zunehmen, wenn die Spannung E von Null bis zur Zündspannung Z anwächst. Denn die Elektronenauslösung (Faktor k_1) wird bei höherer Spannung ausgiebiger sein und ferner wird die durch die Kathodenstrahlung im Gas gebildete Ionenzahl (Faktor C) bei konstant bleibender Gasdichte mit der Strahlenhärte zunehmen, um so mehr, als gleichzeitig die Breite x des Dunkelraumes sich vergrößert. Daraus und aus dem Verlauf (Fig. 12) folgt also, daß $k_1 C$ auch mit der Ionendichte p_0 zunehmen muß. Das könnte so zustande kommen, daß die Elektronenauslösung k_1 bei größerer Stromdichte p_0 leichter vor sich geht infolge mehrfacher Stöße. Bei $p_0 = 1{,}6$ Milli-Amp./cm², wo nach unseren Messungen die Zündspannung stark abnimmt, wird ein Atom der Elektrodenoberfläche im Mittel jede Sekunde einmal durch ein positives Ion getroffen. Das sind zu große Zeitabstände, um an die Wirkung mehrfacher Stöße zu denken. Wahrscheinlicher ist, daß C mit p_0 zunimmt, weil die „zündende" Substanz unter dem Bombardement der positiven Ionen Gase abgibt, welche die Gasdichte unmittelbar vor dem Präparat hinaufsetzen. Die freie Weglänge für die Elektronen wird so relativ zur Breite x des Dunkelraumes kleiner und der Faktor C nimmt stark zu, da er etwa exponentiell mit der Anzahl Weglängen über x wachsen muß. Wenn diese Gasabgabe stattfindet, dann muß sie aber auch durch die Zunahme der Spannung E angeregt werden, denn es ist anzunehmen, daß sie, solange p_1 klein gegen p_0 ist, von der auftreffenden Energie $p_0 E$ abhängt. Diese Art der Änderung mit E wird bei gutem Vakuum in der Röhre vermutlich stärker sein, als die oben erwähnte Zunahme von C mit der Härte der Kathodenstrahlung und mit der Breite x des Dunkelraumes. Wenn dem so ist, so müßte die Kurve (Fig. 12) sich in erster Näherung durch „zugeführte Energie = Konst.", also eine gleichseitige Hyperbel $p_0 Z = \text{Konst.}$ darstellen lassen. An diesem Resultat änderte sich nichts, wenn noch dazu käme, daß die einfallende Energie $p_0 E$ chemische Reaktionen unterhält, welche Elektronenemission nach Just und Haber zur Folge hätten. Wie genau $p_0 Z = \text{Konst.}$ stimmt, ist noch nicht nachgeprüft. Der Betrachtung ist beizufügen, daß der Strom bei der Zündung deswegen nicht unendlich wird, weil mit dem Anwachsen von i gleichzeitig die Breite x des Dunkelraumes abnimmt. Sobald x vergleichbar wird mit der freien Weglänge der wegdampfenden Gase, so werden die für den Strom p_1 wirksamen Ionisierungsstöße an Zahl abnehmen. Unter diesem der weiteren Stromzunahme entgegenwirkenden Einfluß stellt sich die für den Kathodenfleck des stationären Lichtbogens charakteristische Stromdichte ein.

Eine Komplikation, die aber am Wesen der hier skizzierten Auffassung nichts ändert, tritt ein, wenn der auf die Kathode aufgebrachte Substanzfleck nicht leitet — wie z. B. Schwefel oder Glas oder Glimmer in kaltem Zustand — aber in inniger Berührung mit dem Kathodenmetall steht. Die Zündungen beschränken sich dann auf solche Berührungsstellen, an denen wegen der seitlichen Streuung der nach dem Metall zu gerichteten positiven Ionenströmung ähnliche der Gas- und Elektronenabgabe günstige Verhältnisse bestehen, wie wir sie der Einfachheit halber homogen für die ganze Oberfläche des leitend vorausgesetzten Fleckes angenommen haben.

Nach diesen Ausführungen muß also eine Substanz bei um so geringerer Anregung „zünden", je leichter sie unter dem Bombardement positiver Ionen einerseits Elektronen, anderseits Gase oder Dämpfe abgibt. Die Bestätigung dieser Auffassung im einzelnen steht noch aus.

An einem *NaCl*-Fleck beobachteten wir Lichtbogenzündungen unter dem Einfluß einer Stromdichte von positiven Quecksilberionen $p_0 = 5$ Milli-Amp./cm² und einer Spannung $Z = 100$ Volt. Das entspricht einer Energiezufuhr von $p_0 Z = 0{,}5$ Watt/cm². Das ist eine außerordentlich kleine Anregung, etwa verglichen mit den Verhältnissen im Kathodenfleck des

stationären Lichtbogens von reinen Metallelektroden. Denn bei Quecksilber, wo wir mit einem Kathodengefälle von ca. 11 Volt (Ionisierungsspannung des Quecksilberdampfes) und nach Angaben von Günther-Schultze mit einer Stromdichte von 4000 Amp./cm² rechnen können, werden pro cm² ca. 44000 Watt zugeführt. Bei Metallen ist die hohe Temperatur des Kathodenfleckes unerläßlich für die zu einem Lichtbogen nötige Elektronenemission und Dampfentwicklung. Bei den „zündenden" Substanzen, Elementen und chemischen Verbindungen genügen viel schwächere Einwirkungen, und es können möglicherweise chemische Reaktionen an Gasabgabe und Elektronenemission beteiligt sein.

(Eingegangen am 16. Dezember 1924.)

Das elektrische Feld der Ionen und die Neutralsalzwirkung.

Von P. Debye und J. Mc Aulay.

Die starken Elektrolyte sind nicht allein dadurch ausgezeichnet, daß sie charakteristische Abweichungen von den klassischen Gesetzen zeigen, wenn sie allein in der Lösung vorhanden sind, sie rufen überdies einen Komplex interessanter Erscheinungen in dem Verhalten von Nichtelektrolyten hervor, welche der Elektrolytlösung zugesetzt werden. Das, was die Besonderheiten bei den starken Elektrolyten bedingt, ist die große Anhäufung von freien elektrischen Ladungen infolge ihrer praktisch vollständigen Dissoziation. Deshalb möchten wir im folgenden einen Versuch unternehmen, die zuletzt genannten Erscheinungen, welche unter dem Sammelnamen „Neutralsalzwirkung" bekannt sind, zunächst qualitativ und daran anschließend quantitativ zu verstehen, als Folge der von den Ionen ausgehenden Coulombschen Kräfte.

Beschränken wir uns zunächst auf Gleichgewichtszustände, so äußert sich die Neutralsalzwirkung in zwei verschiedenen Typen. Ihre Unterscheidung wird je nach dem Charakter der untersuchten Reaktion vorgenommen. Zum ersten Typus gehören allgemein die Erscheinungen, bei denen das Lösungsmittel, zum zweiten jene, bei denen die gelöste Substanz Änderungen der Konzentration erfährt. Osmotischer Druck, Gefrierpunktserniedrigung usw. gehören also in das zuerst genannte; Massenwirkungsgesetz, Löslichkeitsbeeinflussung, elektromotorische Kraft usw. in das zweite Erscheinungsgebiet[1]).

1) Eine ausgezeichnete, allerdings heute naturgemäß etwas veraltete Zusammenfassung gibt die Monographie von V. Rothmund: Löslichkeit und Löslichkeitsbeeinflussung, Leipzig 1907 im Handbuch der angewandten physikal. Chemie, herausgegeben v. G. Bredig, Bd. 7.

Eine Erscheinung des ersten Typus ist die zuerst von Tammann[1]) und von Abegg[2]) gefundene gegenseitige Beeinflussung von Elektrolyt und Nichtelektrolyt bei Beobachtungen über Gefrierpunktserniedrigung. Angenommen habe man a) eine Lösung der Konzentration γ Mol im Liter eines Nichtelektrolyten und beobachte dafür die Gefrierpunktserniedrigung Δ_N. Man habe weiter b) in einer zweiten Beobachtung festgestellt, daß eine Lösung mit γ' Mol im Liter eines (starken) Elektrolyten eine Gefrierpunktserniedrigung Δ_E ergibt. Nun macht man c) ein drittes Experiment, bei dem man γ Mol des Nichtelektrolyten und γ' Mol des Elektrolyten zugleich gelöst hat, so daß wieder ein Liter Lösung entsteht und beobachtet nunmehr eine Gefrierpunktserniedrigung Δ. Es zeigt sich dann, daß meistens die Erniedrigung Δ größer ist als die Summe $\Delta_N + \Delta_E$.

Zum zweiten Typus gehört der bekannte Aussalzeffekt: die Löslichkeit eines Nichtelektrolyten wird meistens durch Zusatz eines (starken) Elektrolyten vermindert.

Beide Erscheinungen sind vom thermodynamischen Standpunkte aus eng verknüpft, und es wird genügen, eine Beobachtung von einem Typus zu verstehen, um die andern daran ableiten zu können. Das muß zugleich die Forderung sein, die man an eine zutreffende Erklärung von vornherein zu stellen hat. Am anschaulichsten läßt sich die Neutralsalzwirkung deuten für den osmotischen Druck; wir wollen deshalb diskutieren, warum z. B. der osmotische Druck eines Gemisches von Zucker und Salz größer ist als die Summe der osmotischen Drucke von gleichen Mengen Zucker und Salz allein. Dabei wollen wir uns von vornherein beschränken auf verdünnte Lösungen, um bei der beabsichtigten qualitativen Diskussion den Zusatzbetrachtungen von sekundärer Bedeutung aus dem Wege zu gehen, welche bei höheren Konzentrationen mitberücksichtigt werden müssen.

Man denke sich die Lösung von Zucker und Salz auf eine gewisse Konzentration gebracht mit Hilfe eines für die beiden gelösten Molekülarten undurchlässigen, für Wasser durchlässigen Stempels. Dann schiebe man den Stempel etwas weiter vor, so daß das Volumen um dV geändert wird; die Arbeit ist dann $-PdV$, wenn P der osmotische Druck ist. Achtet man nun nicht auf die Ladung der Ionen, so wird

$$P = P_N + P_E$$

1) Zeitschr. f. physik. Chem. **9**, 108, 1892.
2) Zeitschr. f. physik. Chem. **11**, 259, 1893.

zu setzen sein, wenn P_N bzw. P_E die osmotischen Drucke sind, welche der Nichtelektrolyt, bzw. der Elektrolyt ausüben würden, wenn sie allein vorhanden wären. Infolge seiner Ladung ist aber jedes Ion des Elektrolyten von einem elektrischen Felde umgeben, welches einen gewissen Energieinhalt hat, der sich in bekannter Weise für die Volumeneinheit in einem Medium von der Dielektrizitätskonstante D berechnet zu

$$\frac{DE^2}{8\pi} \quad \text{oder} \quad \frac{(DE)^2}{8\pi D},$$

wenn die in dem Volumelement herrschende Feldstärke gleich E ist. Da bei dem betrachteten Prozeß die Ladung der Ionen erhalten bleibt und nach den Grundgesetzen der Elektrostatik die dielektrische Verschiebung DE der Ladung proportional ist, also ebenfalls konstant bleibt, so ist bei der Bewegung des Stempels eine zusätzliche Arbeitsleistung dann nötig, wenn durch die mit dem Vorschieben des Stempels verknüpfte Konzentrationsvermehrung eine Verminderung der Dielektrizitätskonstante hervorgerufen wird. Es ist nun eine bekannte Tatsache, daß die meisten Nichtelektrolyte bei ihrer Auflösung in Wasser die Dielektrizitätskonstante desselben erniedrigen. Man wird deshalb den Versuch unternehmen dürfen, die gegenseitige Wirkung von Elektrolyt und Nichtelektrolyt, die sich vielfach als eine Erhöhung des osmotischen Druckes äußert, auf Rechnung der Arbeit zu setzen, welche die Vermehrung der elektrischen Energie des Ionenfeldes beansprucht.

Geht man nun zu den Erscheinungen vom zweiten Typus über, so kann man z. B. von dem Aussalzeffekt in unmittelbarem Anschluß an das Obige das folgende Bild entwerfen. Da die Mischung von Nichtelektrolyt und Wasser mit einer Änderung der Dielektrizitätskonstante verknüpft ist, so wird in einem räumlich veränderlichen elektrischen Felde das Mischungsverhältnis nicht unabhängig sein von der Feldstärke, welcher der in Betracht gezogene Bereich der Mischung ausgesetzt ist. Erzeugen wir nun durch Zusatz von Ionen zusätzliche elektrische Felder von erheblicher Stärke, so wird eine solche Entmischung stattfinden, daß die Dielektrizitätskonstante erhöht wird und das bedeutet in den meisten Fällen ein Aussalzen des Nichtelektrolyten, da dieser, wie schon erwähnt, die Dielektrizitätskonstante meistens heruntersetzt. Weniger genau kann man das auch so ausdrücken: überall wo zusätzliche elektrische Felder erzeugt werden, also insbesondere in der Nähe der Ionen häufen sich die Moleküle größerer Polarisationsfähigkeit auf Kosten derjenigen mit geringerer Polarisationsfähigkeit an, ähnlich wie in unserer Atmosphäre unter der Einwirkung der Schwerkraft die Gase mit schweren Molekülen in der Nähe der Erdoberfläche angehäuft sind.

Wie diese qualitativen und unvollständigen Überlegungen dartun, wird der Zweck der folgenden Auseinandersetzungen der sein, die Neutralsalzwirkung in Beziehung zu setzen zu den bei der Auflösung des Nichtelektrolyten auftretenden Änderungen der Dielektrizitätskonstanten. Es muß in diesem Zusammenhange gleich bemerkt werden, daß Fälle, wenn auch offenbar praktisch sehr vereinzelt, vorkommen werden, bei denen die Dielektrizitätskonstante in der umgekehrten Richtung, als oben angenommen, beeinflußt wird. Besteht der vermutete Zusammenhang, dann müssen also in diesen Ausnahmefällen die Erscheinungen mit dem umgekehrten Vorzeichen auftreten. So z. B. wird dann der osmotische Druck der Mischung kleiner sein, als die Summe der osmotischen Drucke der Einzellösungen und der Nichtelektrolyt wird nicht ausgesalzen, sondern zeigt in der Elektrolytlösung eine erhöhte Löslichkeit.

Über die Zulässigkeit der obigen Anregung kann nur dadurch entschieden werden, daß man ihre Konsequenzen quantitativ verfolgt und zusieht, ob die einzuführenden Molekularkonstanten wirklich in die von vornherein bekannte Größenordnung hineinpassen. In der Form, in welcher wir im folgenden die Theorie vorlegen werden, spielt die Größe der Ionen die wesentliche Rolle und es wird sich in der Tat zeigen, daß Ionenradien von der richtigen Größenordnung 10^{-8} cm gefordert werden müssen, wenn die Effekte quantitativ dargestellt werden sollen. Es sei an dieser Stelle noch hervorgehoben, daß die Charakterisierung der Lösung mittels der makroskopisch beobachtbaren Dielektrizitätskonstanten nicht viel mehr als ein Notbehelf ist an Stelle einer noch zu schaffenden, wirklich molekularen Theorie der Vorgänge. Die große Einfachheit, welche indessen durch das zu befolgende Verfahren herbeigeführt wird, ohne daß zugleich, wie es scheint, eine unzulässige Verwischung der charakteristischen Gesichtspunkte auftritt, möge die Form der Darstellung entschuldigen.

Es wird so vorgegangen werden, daß, in Analogie mit früheren Überlegungen, die Zusatzarbeit elektrischer Art berechnet wird, welche die Änderung an dem klassischen Ausdruck für die freie Energie der Lösung darstellt. Der verbesserte Ausdruck für die freie Energie gibt dann nach allgemeinen Regeln die Aktivitätskoeffizienten der einzelnen Lösungsgenossen. Es wird sich z. B. zeigen, daß im gewöhnlichen Falle (der Verminderung der Dielektrizitätskonstanten durch Zusatz eines Nichtelektrolyten) in der Mischung eine erhöhte Aktivität des Nichtelektrolyten

folgt, was nur eine andere Ausdruckweise für die Existenz eines Aussalzeffektes ist. Gleichgewicht mit dem Bodenkörper besteht nämlich dann, wenn bei gegebener Temperatur die Aktivität des gelösten Körpers einen bestimmten Wert hat. Da aber die Aktivität gleich dem Produkte von Aktivitätskoeffizient und Konzentration ist, so bedeutet eine Vergrößerung jenes Koeffizienten verminderte Löslichkeit.

Obwohl es im folgenden vermieden wird, andere als Gleichgewichtszustände zu untersuchen und selbst diese nur mit Bezug auf den von Tammann gefundenen Effekt einigermaßen ausführlich diskutiert werden, möge doch eine Bemerkung über die Reaktionsgeschwindigkeit hier Platz finden.

Bekanntlich wurde von F. Spohr[1]) und S. Arrhenius[2]) gefunden, daß z. B. die Inversionsgeschwindigkeit von Zucker, welche bei kleinen Konzentrationen der Säure (die die Inversion katalytisch bewirkt) der H-Ionenkonzentration derselben proportional ist, bei höheren Konzentrationen stärker zunimmt. Weiter tritt ein ähnlicher von Arrhenius gefundener Effekt auf, falls bei konstanter Säurekonzentration Neutralsalze zugefügt werden. Setzt man z. B. KNO_3 zu, während die Inversion durch HNO_3 bewirkt wird, so würde man im Sinne der gangbaren Anschauung erwarten, daß die Dissoziation der Salpetersäure zurückgedrängt wird, somit die Zahl der H-Ionen vermindert und deshalb auch die Reaktionsgeschwindigkeit vermindert wird. Das Gegenteil ist der Fall. Überdies wirkten andere Salze ohne gemeinsames Ion vollkommen ähnlich[3]). Nun werden die oben angedeuteten Überlegungen alle ausgeführt werden unter der Annahme, daß die in Frage kommenden Elektrolyte praktisch vollkommen dissoziiert sind: Von einer Verminderung der H-Ionenkonzentration im obigen Falle kann also zunächst nicht mehr die Rede sein. Aber außerdem folgerten wir, daß die Aktivität des Zuckers durch den Elektrolytzusatz vergrößert wird. Ist es nun gestattet im Sinne von Brönsted[4]) und Bjerrum[5]) zu behaupten, daß die Inversionsgeschwindigkeit nicht der Konzentration, sondern der Aktivität des Zuckers proportional ist, so wird damit gerade das auffällige experimentelle Resultat theoretisch gefordert.

1) F. Spohr, Zeitschr. f. phys. Chem. **2**, 194, 1888.
2) S. Arrhenius, Zeitschr. f. phys. Chem. **1**, 110, 1887; **4**, 240, 1889.
3) Eine ausführlichere Auseinandersetzung der Sachlage findet man z. B. von S. Arrhenius selbst in seinen Conférences sur quelques problèmes actuels de la chimie physique et cosmique, S. 52ff. Paris 1923.
4) J. N. Brönsted, Zeitschr. f. phys. Chem. **102**, 169, 1922.
5) N. Bjerrum, Zeitschr. f. phys. Chem. **108**, 82, 1924.

§ 1. Osmotischer Druck und Aktivität in verdünnten Gemischen.

Um den Zusatz zur freien Energie zu finden, welcher durch die Ionenladungen bedingt ist, wurde früher das folgende Verfahren benutzt[1]). Man entfernt die Ionenladungen in der durch Wasserzusatz unendlich verdünnten Lösung und führt sie wieder auf die Ionen zurück in der Lösung der vorgegebenen Konzentration. Die zur Ausführung dieses gedachten Prozesses aufzuwendende Arbeit W ist der gesuchte Zusatz. Sind nun in der Lösung $N_1 \ldots N_i \ldots N_s$ Ionen der Sorten $1 \ldots i \ldots s$ mit den Ladungen $e_1 \ldots e_i \ldots e_s$ vorhanden, so folgt nach den Angaben der oben angeführten Notiz für jene Arbeit W der folgende Ausdruck

$$W = -\Sigma N_i \frac{e_i^2}{2 D_0 a_i} + \Sigma N_i \frac{e_i^2}{2 D a_i} - \Sigma N_i e_i^2 \frac{\varkappa}{3 D}. \tag{1}$$

Dabei ist jedes Ion irgendeiner Sorte i als Kugel vom Radius a_i betrachtet, welchem zuerst in reinem Wasser von der Dielektrizitätskonstanten D_0 seine Ladung genommen wird und das später in der auf die vorgeschriebene Konzentration gebrachten Lösung von der Dielektrizitätskonstanten D seine Ladung wieder erhält[2]). Das dritte Glied im Ausdrucke (1) mißt die Arbeit, welche gegen die Kräfte zu leisten ist, die die Ionen aufeinander ausüben. Es gibt diesen Arbeitsbetrag nur in erster Näherung, wie das ausführlich in der oben zitierten Notiz auseinandergesetzt ist. Die Größe $\varkappa$ ist die reziproke Dicke der Ionenatmosphäre und wird definiert durch den Ansatz

$$\varkappa^2 = \frac{4\pi}{DkT} \Sigma n_j e_j^2, \tag{2}$$

in welchem $n_1 \ldots n_j \ldots n_s$ die Anzahl Ionen der Sorten $1 \ldots j \ldots s$ im cm³ bedeuten.

Indem wir uns auch weiterhin durchweg mit einer ersten Näherung begnügen, wird es möglich sein, die Dielektrizitätskonstante D der Mischung durch eine lineare Interpolationsformel

$$D = D_0 [1 - \alpha n - \beta n'] \tag{3}$$

darzustellen. In dieser Formel bedeutet n bzw. n' die Anzahl Moleküle des Nichtelektrolyten, bzw. die Anzahl Moleküle des Elektrolyten, je für 1 cm³ gerechnet, während α und β zwei dem Experiment zu entnehmende Konstanten sind. Wir haben in der Darstellung für D die Konstanten α und β mit dem negativen Zeichen

1) P. Debye, Physik. Zeitschr. **25**, 97, 1924.
2) Das gleiche Bild der Ionenkugel wurde schon von M. Born, Zeitschr. f. Phys. **1**, 45, 1920 benutzt, um die Hydratationswärme zur Größe der Ionen in Beziehung zu setzen.

versehen, weil der reguläre Fall erfahrungsgemäß der ist, daß durch einen Zusatz die Dielektrizitätskonstante erniedrigt wird. Für die Nichtelektrolyte ist das nie bestritten worden, für die Elektrolyte dagegen sind die bisherigen Experimente vielleicht nicht ausreichend, um die bestimmte Behauptung aussprechen zu können, obwohl neuere Experimente in diesem Sinne zu entscheiden scheinen. Indessen wird aus dem Folgenden hervorgehen, daß die Konstante β für unsere Zwecke in erster Näherung keine Rolle spielt. Wir möchten deshalb für die Diskussion der Verhältnisse in reinen Elektrolytlösungen verweisen auf eine demnächst erscheinende Arbeit von E. Hückel, in welcher die betreffende Fragestellung ausführlich erläutert wird, und die Theorie nicht nur in erster Näherung wie in unserm Falle, ausgeführt ist.

Entwickelt man nun im zweiten Gliede von (1) $1/D$ nach Potenzen von n und n', behält nur das erste Glied dieser Entwicklung bei und ersetzt im dritten Korrektionsgliede D durch den Wert D_0 für reines Wasser, so ergibt sich

$$W = \alpha n \Sigma N_i \frac{e_i^2}{2 D_0 a_i} + \beta n' \Sigma N_i \frac{e_i^2}{2 D_0 a_i} - \Sigma N_i \frac{e_i^2 \varkappa_0}{3 D_0}, \quad (4)$$

mit

$$\varkappa_0^2 = \frac{4\pi}{D_0 kT} \Sigma n_i e_i^2. \quad (4')$$

a) Wir wollen nun den gefundenen Ausdruck (4) für W zunächst benutzen, um die Verbesserungen an der osmotischen Zustandsgleichung kennen zu lernen. In der mehrfach erwähnten Notiz wurde gezeigt, daß der osmotische Druck P erhalten wird, indem man zum klassischen Ausdruck $\overline{P}$ den Zusatz $-\partial W/\partial V$ addiert, wobei V das Volumen der Lösung ist, welches mittels eines halbdurchlässigen Stempels um dV geändert gedacht ist. Die ersten beiden Glieder von (4) hängen von V ab, da

$$n = \frac{N}{V} \text{ und } n' = \frac{N'}{V}$$

zu setzen ist, wenn N bzw. N' die Molekülzahlen des in der ganzen Lösung vorhandenen Nichtelektrolyten, bzw. Elektrolyten bedeuten. Das dritte Glied von (4) hängt vom Volumen ab, da $\varkappa_0$ durch (4') definiert ist und

$$n_i = \frac{N_i}{V}$$

gesetzt werden muß. Beachtet man das, so folgt leicht

$$\frac{\partial \varkappa_0}{\partial V} = -\frac{\varkappa_0}{2V}$$

und man findet im ganzen

$$-\frac{\partial W}{\partial V} = \alpha n \sum \frac{n_i e_i^2}{2 D_0 a_i} + \beta n' \sum \frac{n_i e_i^2}{2 D_0 a_i} - \sum \frac{n_i e_i^2 \varkappa_0}{6 D_0}. \quad (5)$$

Andrerseits ist der klassische Ausdruck für den osmotischen Druck

$$\overline{P} = nkT + \Sigma n_i kT; \quad (5')$$

die Summe von (5) und (5') gibt den wirklichen osmotischen Druck P in der hier beabsichtigten Näherung.

Ein Molekül des Elektrolyten zerfalle in $\nu_1 \dots \nu_i \dots \nu_s$ Ionen der Sorten $1 \dots i \dots s$, mit den Wertigkeiten $z_1 \dots z_i \dots z_s$, dann ist $n_i = \nu_i n'$ und $e_i = z_i \varepsilon$ zu setzen, wobei ε die Elementarladung bedeutet. Führen wir diese auch in den vorhergehenden Publikationen benutzten Bezeichnungen ein, so folgt nach Addition von (5) und (5')

$$P = nkT + \nu n' kT \left[1 - \varkappa_0 \frac{\varepsilon^2}{6 D_0 kT} \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} + \beta n' \frac{\varepsilon^2}{2 D_0 kT} \frac{1}{\nu} \sum \frac{\nu_i z_i^2}{a_i} \right] + \alpha n \nu n' \frac{\varepsilon^2}{2 D_0} \frac{1}{\nu} \sum \frac{\nu_i z_i^2}{a_i}. \quad (6)$$

Die Größe ν ist eine Abkürzung für

$$\nu = \nu_1 + \dots + \nu_i + \dots \nu_s,$$

und bedeutet also die Gesamtzahl der Ionen, in welche ein Molekül des Elektrolyten auseinanderfällt. Der für den osmotischen Druck gefundene Ausdruck (6) kann nun folgendermaßen interpretiert werden. P setzt sich zusammen aus 3 Bestandteilen; der erste Bestandteil ist der osmotische Druck P_N, den der Nichtelektrolyt erzeugen würde, falls er allein in der Lösung vorhanden wäre. Der zweite Bestandteil ist der osmotische Druck P_E, den die $\nu n'$-Ionen des Elektrolyten erzeugen würden, falls nur letztere allein anwesend wären. Diese beiden Glieder in (6) sind aufzufassen als Anfänge von Reihenentwicklungen zur Darstellung von P_N, bzw. P_E. Zu diesen Einzeldrucken kommt nun aber noch ein drittes Glied hinzu, welches wir mit p bezeichnen wollen, so daß

$$P = P_N + P_E + p \quad (7)$$

wird, wonach sich für p der Wert

$$p = \alpha n \nu n' \frac{\varepsilon^2}{2 D_0} \frac{1}{\nu} \sum \frac{\nu_i z_i^2}{a_i} \quad (8)$$

ergibt. Auch diese Darstellung für p ist, unserer ganzen Behandlung der Ansätze entsprechend, wieder nur aufzufassen als das erste Glied einer Reihenentwicklung; es kann also nicht mehr er-

wartet werden, als daß der Ausdruck (8) das Grenzgesetz für die anomale Änderung des osmotischen Druckes darstellt.

Wir wollen das Resultat noch in eine etwas übersichtlichere Form kleiden, indem wir erstens durch den Ansatz

$$\sum \frac{\nu_i z_i^2}{a_i} = \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{a} \qquad (9)$$

einen mittleren Radius a einführen und zweitens den gefundenen Wert von p vergleichen mit dem gesamten, nach der klassischen Berechnung folgenden osmotischen Druck $\bar{P}$, welcher bekanntlich durch die Formel

$$\bar{P} = nkT + \nu n' kT \qquad (10)$$

dargestellt wird. Es ergibt sich dann für das Verhältnis $p/\bar{P}$ das Resultat

$$\frac{p}{\bar{P}} = \alpha \frac{n\nu n'}{n + \nu n'} \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{\varepsilon^2}{2 D_0 a k T}, \qquad (11)$$

d. h. das Verhältnis $p/\bar{P}$ ist proportional dem Quotienten des Produktes der Konzentrationen der beiden Bestandteile und deren Summe, proportional einem Wertigkeitsfaktor $\frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu}$, proportional dem Verhältnis der elektrischen Energie $\varepsilon^2/2 D_0 a$ des mittleren Ions zur thermischen Energie kT und schließlich proportional der Konstanten α, welche gemäß dem Ansatze (3) mißt, wie stark die Dielektrizitätskonstante des Wassers durch Zusatz des Nichtelektrolyten geändert wird. Von dem Vorzeichen von α hängt es ab, ob sich nach der vorgelegten Theorie eine anomale Vermehrung oder Verminderung des osmotischen Druckes ergibt. Ist α positiv, d. h. wird die Dielektrizitätskonstante durch den Zusatz des Nichtelektrolyten vermindert, so ist die anomale Druckänderung p positiv, in Übereinstimmung mit der qualitativen Überlegung in der Einleitung.

b) Zweitens soll der Ausdruck (4) für die Zusatzarbeit W dazu benutzt werden, um die Beeinflussung der Aktivität des Nichtelektrolyten durch den gleichzeitig anwesenden Elektrolyten zu berechnen. Das Verfahren ist in allgemeiner Form vorgeschrieben nach den Ausführungen in der öfters schon zitierten Notiz.[8] Dort wurden zunächst die Aktivitätspotentiale h_i folgendermaßen definiert. Ist der Zusatz W zu schreiben in der Form

$$W = \Sigma N_i w_i,$$

so soll

$$\log h_i = \frac{w_i}{kT}$$

gesetzt werden. Mit Rücksicht auf den in Gleichung (4) angegebenen Ausdruck von W, ist also

$$\left.\begin{aligned} \log h_i = {} & \alpha n \frac{\varepsilon_i^2}{2 D_0 a_i k T} + \\ & + \beta n' \frac{e_i^2}{2 D_0 a_i k T} - \frac{e_i^2 \varkappa_0}{3 D_0 k T}, \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

das Aktivitätspotential des Nichtelektrolyten ist demnach gleich 1, und nur das Aktivitätspotential der Ionen ist von 1 verschieden.

Für irgendeinen Bestandteil i findet man nach den allgemeinen Ausführungen der zitierten Notiz den Aktivitätskoeffizienten f_i durch Berechnung des folgenden Differentiationsprozesses

$$\log f_i = \log h_i + \sum N_j \frac{\partial \log h_j}{\partial N_i}. \qquad (13)$$

Bezeichnet man nun die auf den Nichtelektrolyten bezogenen Größen durch Buchstaben ohne Index, so wurde eben festgestellt, dad $h = 1$, d. h. $\log h = 0$ ist. Wieder ist unter der Summe in (13) nach der Molekülzahl N des Nichtelektrolyten zu differenzieren und diese kommt in (12) nur im ersten Gliede dieses Ausdruckes als $n = \frac{N}{V}$ vor. Beachtet man das, so ergibt sich ohne weiteres für den natürlichen Logarithmus des Aktivitätskoeffizienten des Nichtelektrolyten die Darstellung:

$$\log f = \alpha \sum \frac{n_j e_j^2}{2 D_0 a_j k T}, \qquad (14)$$

was auch unter Einführung des mittleren Radius a nach (9) und bei Ersetzung von e_j durch $z_j \varepsilon$ auf die Form

$$\log f = \alpha \nu n' \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{\varepsilon^2}{2 D_0 a k T} \qquad (14')$$

gebracht werden kann[1]).

Der Aktivitätskoeffizient ist der Faktor, mit dem die tatsächliche Konzentration im Massenwirkungsgesetz zu multiplizieren ist, um die wirksame Konzentration oder Aktivität zu erhalten. Der Ausdruck (14) zeigt demnach, daß durch einen Elektrolytzusatz die Aktivität des Nichtelektrolyten in erster Näherung proportional der Zahl der zugesetzten Ionen vermehrt wird, so lange α positiv ist, d. h. falls nach (3) der Zusatz des Nichtelektrolyten zum Lösungsmittel eine Verminderung der Dielektrizitätskonstanten hervorruft. Da aber z. B. für das Lösungsgleichgewicht mit dem Bodenkörper die Aktivität maßgebend ist, hat die Erhöhung der Aktivität die Bedeutung, daß schon eine kleinere Konzentration ausreicht, um das Lösungsgleichgewicht

1) In (14') ist wieder als Summationsindex i an Stelle von j benutzt.

zu unterhalten und das heißt, daß der Nichtelektrolyt ausgesalzen wird. Ist seine Löslichkeit vor dem Elektrolytzusatz L_0 und nach dem Zusatze L, so gilt das Gesetz

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{f},$$

wonach unter Benutzung von (14') das Grenzgesetz für die Neutralsalzwirkung gemäß der Theorie folgt.

§ 2. Vergleich mit der Erfahrung über die Gefrierpunktserniedrigung von Gemischen.

Um festzustellen, ob die berechneten Formeln den Salzeffekt darzustellen vermögen, sollen im folgenden einige Beobachtungen über Gefrierpunktserniedrigung von Gemischen von Zucker und verschiedenen Elektrolyten im Sinne der vorgeschlagenen Theorie verwertet werden. Die Zahlen wurden bestimmt von Rivett[1]). Die Rechnungsmethode sei erläutert an Hand von Zahlen, welche für Mischungen von Rohrzucker und KCl erhalten wurden. In Tabelle I sind in den ersten zwei Kolonnen die Konzentrationen γ', bzw. γ in Mol per Liter für den Elektrolyten, bzw. den Nichtelektrolyten eingetragen, wie sie jeweilig in den Mischungen vorhanden waren. Dann wurde, wie in der Einleitung, die in der Mischung beobachtete Gefrierpunktserniedrigung mit Δ, die entsprechende Größe für den Elektrolyten allein mit Δ_E und für den Nichtelektrolyten allein mit Δ_N bezeichnet. Aus den beobachteten Zahlen für diese drei Größen wurde jeweilig die Differenz

$$\delta = \Delta - (\Delta_E + \Delta_N)$$

gebildet und in der dritten Kolonne der Tabelle I eingetragen. δ ist stets positiv, so wie es auch Tammann ursprünglich gefunden hat. Nunmehr wurde die Gefrierpunktserniedrigung der Mischung berechnet nach dem klassischen van't Hoffschen Gesetz und mit $\overline{\Delta}$ bezeichnet in die vierte Kolonne eingetragen. Die fünfte Kolonne enthält die Verhältniszahl $\delta/\overline{\Delta}$, welche ohne weiteres der im vorigen § 1 erhaltenen Verhältniszahl $p/\overline{P}$ gleichgesetzt werden kann. Es soll also nach (11) gelten

$$\frac{\delta}{\overline{\Delta}} = \frac{p}{\overline{P}} = \alpha \frac{\nu\nu' n}{n + \nu n'} \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{\varepsilon^2}{2 D_0 a k T} \qquad (15)$$

in der Grenze für kleine Konzentrationen.

1) A. C. D. Rivett, Meddelanden fran K. Vetenskapsakademiens Nobelinstitut Bd. 2, Nr. 9.

Tabelle I.
Rohrzucker und Kaliumchlorid.

γ' (Salz)	γ (Zucker)	δ	$\overline{\Delta}$	$\delta/\overline{\Delta}$	$\frac{\delta/\overline{\Delta}}{2\gamma\gamma'/(\gamma+2\gamma')}$
0,1402	0,3717	0,038	1,213	0,0313	0,196
0,2359	0,6108	0,116	2,014	0,0576	0,216
0,3690	0,8571	0,272	2,967	0,0917	0,231
0,4667	0,7562	0,282	3,144	0,0897	0,215
0,7030	0,5114	0,269	3,566	0,0756	0,201
0,9414	0,2639	0,177	3,993	0,0443	0,191

Für den direkten Vergleich mit der Erfahrung führen wir in der Formel noch an Stelle der wirklichen Molekülzahlen n im cm³ die Molzahlen γ im Liter ein. Es ist dann

$$n = \frac{\mathsf{N}}{1000}\gamma,$$

falls mit N die Loschmidtsche Zahl bezeichnet wird. Weiter war nach (3) z. B. für eine reine Rohrzuckerlösung α definiert durch den Ansatz

$$D = D_0[1 - \alpha n]$$

und wenn in dieser Beziehung auch die Konzentration γ in Mol per Liter eingeführt wird, so nimmt sie die Form an

$$D = D_0[1 - A\gamma], \qquad (16)$$

wobei

$$A = \frac{\mathsf{N}}{1000}\alpha$$

ist. Beachtet man dieses, so ergibt sich

$$\frac{\delta}{\overline{\Delta}} = A \frac{\gamma\nu\gamma'}{\gamma + \nu\gamma'} \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{\varepsilon^2}{2 D_0 a k T}. \qquad (17)$$

Mit Rücksicht auf diese Form der Beziehung ist nun in der sechsten Spalte der Tabelle das Verhältnis von $\delta/\overline{\Delta}$ zu $\gamma\nu\gamma'/(\gamma+\nu\gamma')$ eingetragen, wobei $\nu = 2$ gesetzt, da das Molekül KCl in $\nu = 2$ Ionen auseinander fällt.

Es wäre daraufhin die Aufgabe vorhanden, aus den Zahlen der sechsten Spalte auf den Grenzwert zu schließen, dem sie zustreben in der Grenze für $\gamma = \gamma' = 0$. Man sieht aber, daß die Zahlen relativ wenig variieren und es z. B. nicht ohne eine gewisse Willkür möglich ist, eine Kurve durch sie hindurchzulegen etwa in einer Figur, wo sie aufgetragen sind als Funktion der Konzentration oder der Wurzel aus der Konzentration des Salzes. Immerhin wird man wohl nicht weit fehlgehen, indem man im Falle des KCl für den Grenzwert etwa 0,22 annimmt. Setzt man nun noch in (17) die Zahlenwerte $\varepsilon = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$, $D_0 = 88{,}2$, $k = 1{,}37 \cdot 10^{-16}$, $T = 273$ ein, so folgt

$$\frac{\delta/\overline{\Delta}}{\gamma\nu\gamma'/(\gamma+\nu\gamma')} = A \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{3{,}45 \cdot 10^{-8}}{a}. \qquad (18)$$

Im vorliegenden Falle des KCl ist das rechte Glied nach den eben behandelten Beobachtungen von Rivett zu 0,22 bestimmt. Weiter ist $\nu = 2$ und $\frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} = 1$. Außerdem liegen Beobachtungen von Harrington[1]) vor über die Dielektrizitätskonstante von Zuckerlösungen, seine Resultate lassen sich gut durch die Interpolationsformel

$$D = D_0 [1 - 0{,}079\,\gamma]$$

darstellen, somit ist nach (16) $A = 0{,}079$ zu setzen. Schließlich gibt also (18) eine Bestimmung des mittleren Radius der K- und Cl-Ionen in der Form

$$0{,}22 = 0{,}079\,\frac{3{,}45 \cdot 10^{-8}}{a},$$

woraus sich a zu

$$a = 1{,}23 \cdot 10^{-8}\ \text{cm}$$

ergibt[2]). Dieser Radius ist tatsächlich ungefähr von der zu erwartenden Größenordnung. Man wird ihn eher als etwas zu groß empfinden, vielleicht hängt das mit der auf keinen Fall streng zutreffenden Grundannahme zusammen, wonach das Medium bis an das Ion heran als homogen, mit einer bestimmten Dielektrizitätskonstanten ausgestattet, angesehen wird.

In ähnlicher Weise, wie das soeben für KCl als Elektrolytzusatz, erörtert wurde, haben wir noch die andern Beobachtungen von Rivett über die Wirkung von K_2SO_4, $Mg(NO_3)_2$ und $CuSO_4$ auf die Rohrzuckerlösung verwertet.

Die folgende Tabelle II enthält für die 4 verschiedenen Salze eine Zusammenstellung der aus den Experimenten abgeleiteten Grenzwerte für das Verhältnis $\delta/\bar{A}$ zu $\nu\gamma\gamma'/(\gamma + \nu\gamma')$ und die zugehörigen mittleren Ionenradien.

Tabelle II.

Lösung	$\frac{\delta \bar{A}}{\nu\gamma\gamma'/(\gamma+\nu\gamma')}$	a
Zucker + KCl	0,22	$1{,}2\ 10^{-8}$
„ + K_2SO_4	0,22	$2{,}5\ 10^{-8}$
„ + $Mg(NO_3)_2$	0,30	$1{,}8\ 10^{-8}$
„ + $CuSO_4$	0,20	$5{,}0\ 10^{-8}$

Es muß noch darauf hingewiesen werden, daß die Beobachtungen nicht gestatten, eine wirklich befriedigende Extrapolation für das Verhältnis in der zweiten Kolonne auszuführen. Es ist bei ihnen kein systematischer Gang etwa der Zuckerkonzentration bei gegebener Elektrolytkonzentration oder umgekehrt eingehalten worden, wie das auch aus Tabelle I hervorgeht. Infolgedessen sind die aufgeführten Zahlen sicher mit erheblichen Fehlern belastet. Trotzdem kann man wohl nicht umhin das Zusammentreffen der a-Werte mit der zu erwartenden Größenordnung als Hinweis darauf anzusehen, daß eine wesentlich physikalische Theorie der Salzwirkung, wie etwa die vorgelegte, wahrscheinlich das Richtige in großen Zügen trifft. In dieselbe Richtung weisen die folgenden Beobachtungen. Harrington bemerkt in derselben Arbeit (l. c.), der wir die Darstellung für die Dielektrizitätskonstante von Zuckerlösungen entnahmen, daß er eine Substanz, nämlich Harnstoff gefunden habe, durch deren Zusatz der seltene Fall einer Erhöhung der Dielektrizitätskonstante auftrete. Er gibt Zahlen, die bei kleinen Konzentrationen etwa der Formel

$$D = D_0 [1 + 0{,}038\,\gamma]$$

entsprechen. Nach den obigen Ausführungen sollte man erwarten, daß infolgedessen eine Mischung von Harnstoff und einem starken Elektrolyten im Gegensatz zu den von Rivett behandelten Lösungen eine geringere Gefrierpunktserniedrigung als die Summe der Einzelerniedrigungen ergibt. Mc Aulay führte einige vorläufige, relativ rohe Versuche aus und fand tatsächlich die Vermutung bestätigt.

Führt man ähnlich, wie das für die Gefrierpunktserniedrigung oben geschah, die Molkonzentration in Formel (14′) für den Logarithmus der Aktivität ein, so folgt

$$\log f = A\nu\gamma' \frac{\Sigma \nu_i z_i^2}{\nu} \frac{3{,}45 \cdot 10^{-8}}{a}; \qquad (19)$$

der Logarithmus ist der natürliche. Unter Einsetzung der oben bei der Einwirkung von KCl gefundenen Zahlen folgt demnach für diesen Fall eine Erhöhung der Aktivität des Zuckers bei einem Zusatz von 0,4 Mol KCl im Liter, gemäß der Beziehung (19) entsprechend[1])

$$\log f = 0{,}44\,\gamma' = 0{,}176.$$

Das bedeutet für eine 0,4 normale Lösung von KCl

$$f = 1{,}19,$$

so daß die Aktivität des Zuckers um 19 Proz. vergrößert wäre. Arrhenius berichtet, daß die genannte Lösung eine Vermehrung der Inversionsgeschwindigkeit von 15 Proz. zustande bringt. Demnach wird die Hypothese von Brönsted, l. c. im wesentlichen bestätigt, wonach die Inversionsgeschwindigkeit nicht der Konzentration, sondern der Aktivität des Zuckers pro-

1) E. A. Harrington, Phys. Rev. 8, 581, 1916.

2) Es sei bezüglich der Definition des mittleren Radius a auf den Ansatz (9) verwiesen, wonach im speziellen Falle des KCl die Beziehung gilt

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_k} + \frac{1}{a_{Cl}}\right).$$

1) Man beachte, daß der Faktor von $\nu\gamma'$ in (19) übereinstimmt mit dem in (18) angegebenen Verhältnis.

portional zu setzen ist. Man darf bei der Betrachtung dieser Übereinstimmung indessen nicht vergessen, daß damit nichts für oder wider die hier dargestellte, spezielle Theorie festgestellt ist. Auch ein allgemeiner gehaltener Ansatz würde die Aktivität auf Grund der Gefrierpunktsmessungen zu berechnen gestatten[1]). Erst wenn man sich überlegt, warum z. B. im oben genannten Falle gerade 19 Proz. Vergrößerung der Aktivität zustande kommen und diese Zahl zurückführt auf die Größe der Ionenkugel, welche für die Hydratationswärme als maßgebend angesehen wird, dann erst treten die Besonderheiten der hier vorgelegten Theorie in die Erscheinung.

1) Wie etwa die früheren Ansätze von H. Jahn, Zeitschr. f. phys. Chem. **37**, 490, 1901; **38**, 125, 1901; **41**, 257, 1902; **50**, 129, 1905 und W. Nernst, Zeitschr. phys. Chem. **38**, 484, 1901.

Zürich, 5. Dezember 1924.

(Eingegangen 10. Dezember 1924.)

Die Intensitäten der Röntgenreflexe und der Strukturfaktor.

Von P. P. Ewald.

Die primitive Theorie der Röntgeninterferenzen geht von der Vorstellung eines übermächtigen einfallenden oder Primär-Strahls aus, unter dessen alleinigem Einfluß die Schwingungen der Atome im Kristall entstehen. Besitzt der Kristall eine ausgedehnte Basis, so wird durch das Zusammenwirken der Basisbestandteile (Index t) die Amplitude des Interferenzstrahls $(h_1\ h_2\ h_3)$ proportional zu

$$S_h = \sum_t A_t e^{2\pi i (\mathfrak{h}\mathfrak{r}_t)}, \qquad (1)$$

wo A_t die relative Amplitude der Atomsorte t, $\mathfrak{r}_t$ ihre Verschiebung gegen den Eckpunkt der Zelle, $\mathfrak{h}$ der Fahrstrahl im reziproken Gitter von dessen Anfangspunkt zu seinem Gitterpunkt $(h_1\ h_2\ h_3)$ ist und wir S_h als „Strukturamplitude" bezeichnen.

Für die Intensität des Interferenzstrahls pflegt man hieraus auf Proportionalität mit

$$|S_h|^2$$

zu schließen (Strukturfaktor).

Würde man in der Optik der sichtbaren Strahlen ebenso vorgehen, so wäre das Mangelhafte dieses Verfahrens höchst auffällig: 1. Man setzt im Kristallinnern eine Welle von gleicher Richtung und Geschwindigkeit voraus, wie außen (einfallender Strahl). 2. Man läßt die einfallende Welle an jedem Atom die gleiche Anregungsarbeit vollbringen, einerlei wieviel Resonatoren im Kubikzentimeter vorhanden sind. Punkt 1 würde für Röntgenstrahlen wegen des sehr geringen Brechungsindex bei der Diskussion des geometrischen Strahlenganges vielleicht zur Not statthaft sein, solange nicht Präzisionsmessungen erklärt werden sollen (Abweichungen vom Braggschen Gesetz). Hingegen kann man wegen 2 niemals hoffen, auf Grund der naiven Theorie irgendwelche brauchbaren Intensitätsaussagen zu erhalten.

Betrachten wir die Art, wie in der molekulartheoretischen Optik der sichtbaren Wellen das Problem der Reflexion und Brechung behandelt werden muß[1]). Den Ausgangspunkt bildet die Dispersionstheorie, d. h. die Kenntnis derjenigen optischen Felder, die sich im unbegrenzten Körper ohne irgendeine Einwirkung von außen fortpflanzen können. Die Ergebnisse dieser Untersuchung lassen sich zusammenfassen in einer Fläche, der Dispersionsfläche, die den Zusammenhang von Richtung, Geschwindigkeit und Polarisation der Wellen angibt (in der Kristalloptik die Fresnelsche Normalenfläche). Wenn man so eine Übersicht über die dynamisch überhaupt möglichen Wellenarten im Innern erhalten hat, kann man daran gehen, das Randproblem in einem berandeten Kristall zu lösen, auf den von außen eine Welle einfällt. Es zeigt sich, daß es hierzu nur einer passenden Kombination von Zuständen bedarf, deren jeder bereits als dynamisch möglich erkannt, d. h. durch die Dispersionsfläche darstellbar ist. Die Auswahl dieser Zustände wird durch das Vorhandensein des Randes bestimmt, und zwar insbesondere durch die Forderung, daß der Rand eine völlig abschirmende Wirkung auf das Kristallinnere ausübe, so daß die einfallende Welle keine Störung des an der Dispersionsfläche ausgewählten dynamisch möglichen Zustandes herbeiführt.

Man sieht, wie in der Optik gerade das Gegenteil von dem eintritt, was bei der einfachen Theorie der Röntgeninterferenzen vorausgesetzt wird: denn man geht gerade darauf hinaus, die in das Kristallinnere nicht passende einfallende Welle systematisch zu vernichten und aus dieser Forderung ergeben sich die Amplituden- und Polarisationsverhältnisse des gebrochenen und reflektierten Strahls.

Wörtlich das gleiche Verfahren wie für die Optik gilt auch für die Röntgenoptik. Die oft beliebte Darstellung, daß die Röntgenreflexion als Volumreflexion der optischen als Oberflächenreflexion gegenüberstehe und des-

1) W. C. Oseen, Ann. d. Phys. **48**, 1, 1915; Bothe, Ann. d. Phys. **64**, 693, 1921; P. P. Ewald, Ann. d. Phys. **49**, 1 u. 117, 1916; sowie besonders: P. P. Ewald, Physica **4**, 234–251, 1924.

halb andere Gesetze befolge, ist bei der völligen Analogie beider Vorgänge, wenn sie nur ordnungsmäßig behandelt werden, nicht sehr glücklich. Ich habe in einer früheren Arbeit[1]) gezeigt wie die Röntgenoptik aufzubauen ist. Es ergaben sich zunächst nur kleine Abweichungen auch in geometrischer Hinsicht von den Angaben der Laue-Braggschen Theorie, — Abweichungen, die sich mit der Verfeinerung der Meßtechnik in zunehmendem Maße bestätigen und deshalb das Zutrauen zur Anwendbarkeit der klassischen Rechenmethode auf die Interferenzprobleme trotz aller quantenmäßigen Vorgänge bei der Streuung der Röntgenstrahlen stärken.

Aus diesem Grunde halte ich es nunmehr für angebracht, die ausführliche Theorie auch in den Dienst der Intensitätsberechnung zu stellen und, ich möchte im Folgenden auf eine Folgerung hinweisen, die mit den bereits bestätigten Abweichungen vom Braggschen Gesetz sehr eng zusammenhängt. Leider muß ich mich dabei z. T. auf die noch unveröffentlichte Ausdehnung der Theorie auf Gitter mit Basis berufen (die letztzitierte Arbeit behandelt nur einfache Gitter).

Die Abweichungen vom Braggschen Gesetz entstehen durch die Eigentümlichkeiten der in Fig. 1 wiedergegebenen Reflexionskurve.

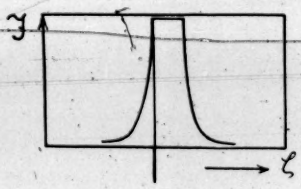


Fig. 1. Theoretische Reflexionskurve.

Ordinate ist dabei das Verhältnis der reflektierten zur einfallenden Intensität, Abszisse eine Größe ζ, die für den Fall symmetrischer Reflexion unter dem $\sphericalangle\,\vartheta$ gegen die Oberfläche (d. h. Oberfläche parallel den spiegelnden Ebenen) mit dem Winkel ϑ so zusammenhängt

$$\zeta = \sin 2\vartheta \cdot (\vartheta - \vartheta_0), \qquad (2)$$

wo ϑ_0 der nach der Braggschen Reflexionsbedingung

$$n\lambda = 2d \sin \vartheta_0 \qquad (3)$$

zu erwartende Reflexionswinkel ist. Der mittlere Teil der Reflexionskurve (Ordinate 1) bedeutet Totalreflexion der gesamten unter diesen Richtungen auffallenden Energie über einen Bereich von $\zeta = 0$ bis $\zeta = 4/\mathfrak{Q}$. Hierbei ist für das einfache aus einer „Dipolsorte" aufgebaute Gitter

$$\mathfrak{Q} = \frac{v}{2\pi}\frac{m}{e_2}(\omega_0^2 - \omega^2) \qquad (4)$$

($1/v$ = Anzahl Dipole pro Kubikzentimeter, ω_0 Eigenfrequenz der Dipole). Rechts und links an das Gebiet der Totalreflexion schließt sich ein Intensitätsabfall an, also allmähliches Verschwinden des reflektierten Interferenzstrahls. Das Verhältnis der gesamten zwischen Kurve und Achse eingeschlossenen Fläche zu dem der Totalreflexion allein entsprechenden Gebiete ist etwa 100 : 80. Das bedeutet, daß in einem einfachen Gitter 80 Proz. der reflektierten Intensität durch Totalreflexion entsteht. Dies dürfte eher zu niedrig als zu hoch abgeschätzt sein.

Durch die unsymmetrische Lage der Reflexionskurve gegen den Braggschen Winkel ϑ_0 entstehen die Abweichungen vom Braggschen Reflexionsgesetz.

Die bisherigen Angaben bezogen sich auf ein einfaches Gitter und sind des öfteren entwickelt und angewandt worden[1]).

Bei einem Gitter mit Basis liegen die allgemeinen Verhältnisse sehr ähnlich. Auch dort gibt es ein Gebiet der Totalreflexion, an welches sich beiderseits Gebiete des allmählichen Verschwindens der Intensität anschließen. Für die Größenverhältnisse dieser Gebiete sind in der allgemeinen Theorie zwei Größen maßgebend, die sich aus den auf die einzelne Dipolsorte t bezüglichen Größen wie folgt aufbauen:

$$\frac{1}{\mathfrak{Q}} = \sum_t \frac{1}{\mathfrak{Q}_t}; \qquad \frac{1}{\mathfrak{Q}_h} = \sum_t \frac{e^{2\pi i (\mathfrak{h} r_t)}}{\mathfrak{Q}_t} \qquad (5)$$

Die erste Größe hängt nur von der gesamten „optischen Dichte" des Kristalls ab, d. h. von der Gesamtzahl und Art der Dipole der Basis; $\mathfrak{Q}_h$ hingegen ist von den Einzelheiten der Basisanordnung abhängig. Wir führen für $\mathfrak{Q}_t$ noch eine andere Darstellung ein: unterliegen die Dipole der Sorte t der Anregung durch eine zeitlich periodische Feldstärke E, so ist die Schwingungsgleichung für einen Dipol (Moment $\mathfrak{p} = e \cdot$ Elongation).

$$m(\omega_0^2 - \omega^2)\mathfrak{p} = e^2 E$$

und somit $1/\mathfrak{Q}_t$ proportional zu dem Moment pro Volumeinheit, das durch die Dipolsorte unter dem Einfluß des Feldes E entsteht. Wenn oben (Gl. 1) die relative Amplitude der einzelnen Atomsorte durch A_t bezeichnet wurde, so ist demnach bis auf einen hier belanglosen Faktor

$$1/\mathfrak{Q}_t = A_t \qquad (6)$$

1) Ann. d. Phys. **54**, 519—597, 1918.

1) Siehe z. B. diese Zeitschr. **21**, 1920, Vortrag auf der Naturforscherversammlung in Bad Nauheim.

zu setzen. Hiermit ergibt sich die Beziehung zur Strukturamplitude S_h,

$$\frac{1}{\Omega_h} = \sum A_t e^{2\pi i (\mathfrak{h}\mathfrak{r}_t)} = S_h. \qquad (7)$$

Nach dieser Vorbereitung können wir die zwei wesentlichen Punkte besprechen, die für die Reflexionskurve eines Kristalls mit Basis gelten.

1. Die Intensitätskurve zerfällt wieder in ein Gebiet der Totalreflexion mit anschließenden Übergangsbögen. Die Mittellinie der Kurve bleibt unverschoben, unabhängig von den Struktureinzelheiten. Diese Verschiebung ist nämlich allein durch Ω bestimmt. Daher kommt es, daß die Abweichungen vom Braggschen Gesetz auch für Kristalle unbekannter Struktur sich richtig voraussagen lassen.

2. Das Gebiet der Totalreflexion füllt nicht mehr den ganzen Zwischenraum bis zum Braggschen Winkel aus, sondern es ist schmäler. Man hat, wie in der Optik die zwei Polarisationsfälle: Schwingungen senkrecht zur Strahlenebene und Schwingungen in der Strahlenebene zu unterscheiden. In ζ gemessen ist die Breite des Gebiets der Totalreflexion

$$\left.\begin{array}{ll} \text{für Schwingungen senkrecht zur Strahlenebene:} & 4\,|\,S_h| \\ \text{für Schwingungen parallel zur Strahlenebene:} & 4\,|\,S_h|\cos 2\vartheta \end{array}\right\} \qquad (8)$$

Die Breite des Gebiets der Totalreflexion ist proportional dem Betrag der Strukturamplitude. Innerhalb dieses Gebiets ist die Intensität des reflektierten Strahls gleich der einfallenden Intensität, ganz unabhängig von der Basisanordnung. Der „Strukturfaktor" hat somit keinen unmittelbaren Einfluß auf die Amplitude der reflektierten Welle, wie in der Laue-Braggschen Theorie vorausgesetzt wird, sein Einfluß auf die Intensität entsteht in ganz anderer Weise.

Betrachten wir die Intensität als gänzlich hervorgebracht durch die Totalreflexion, indem wir zunächst von der in den Übergangsbögen der Reflexionskurve enthaltenen Intensität absehen, für welche die Verhältnisse etwas komplizierter liegen. Dann ist wegen des durch Gleichungen (2) und (7) gegebenen Zusammenhanges für unpolarisierte einfallende Strahlung die Intensität proportional zu

$$4\,|\,S_h|\,\frac{1+\cos 2\vartheta}{\sin 2\vartheta} = 4\,|\,S_h|\,\operatorname{cotg}\vartheta. \qquad (9)$$

Im Gegensatz zu der üblichen Auffassung ergibt sich die Intensität, soweit sie von der Totalreflexion herrührt, proportional zum Betrag der Strukturamplitude selbst, nicht zu deren Quadrat. Außerdem ergibt sich diese Intensität umgekehrt proportional zu $\operatorname{tg}\vartheta$.

Zur Stütze dieser Behauptungen lassen sich eine Reihe von Erfahrungen heranziehen.

W. L. Bragg[1]) sagt in einer seiner letzten Arbeiten (über die Aragonitstruktur): „Wir würden erwarten, daß die Intensitäten sich wie das Quadrat des Strukturfaktors verhalten ..... Die Zahlen der letzten Kolonne zeigen, daß die Intensität offenbar proportional zum Strukturfaktor selbst, nicht zum Quadrat ist. Dies bestätigt eine sehr interessante Meßreihe von W. H. Bragg an Calcit, in der er zum gleichen Ergebnis kommt[2])".

Auch Intensitätsmessungen von Sir W. H. Bragg an kleinen Diamantkristallen[3]) sprechen dafür, daß der Hauptbetrag der reflektierten Intensität durch Totalreflexion entsteht. Die von ihm (nach Abzug einer Korrektur für die allgemeine Streuung) auf $\pm$ 5 Proz. genau angegebenen Intensitäten ordnen sich gegen $1/\sin\vartheta$ aufgetragen auf zwei glatte, nach unten schwach konkave Kurven, die den zwei vorkommenden Werten des Strukturfaktors entsprechen. (Reproduktionen der Kurven in „*X*-Rays and Crystal Structure (1924)", sowie in „Kristalle und Röntgenstrahlen" Fig. 137 (hier mit derjenigen Indizierung, die einfachen kubischen Achsen entspricht). Gegen $\operatorname{cotg}\vartheta$ aufgetragen (Fig. 2) strecken sich die Kurven zu Geraden. Ihre Neigung steht im Verhältnis $\sqrt{2}$, dem Verhältnis der beiden S-Werte des Diamant (nicht S^2). Somit bestätigen diese Messungen sowohl die geforderte Winkelabhängigkeit der Intensität, als auch ihre Abhängigkeit vom Bau der Basis. Allerdings besteht scheinbar eine Abweichung gegen die Formel (9) darin, daß die Geraden der Fig. 2 nicht vom Nullpunkt ausgehen. Erst wenn alle beobachteten Intensitäten um einen konstanten Betrag gehoben werden dürften, wäre Formel (9) erfüllt. Diese Hebung ist aber in der Tat berechtigt, da Bragg bei der erwähnten Korrektur für Streustrahlung fälschlicherweise auch die Streuung der K_α-Strahlung selbst und des gleichfarbigen Teils des Bremsspektrums abzieht, obwohl bei der Reflexionsstellung des Kristalls diese Wellenlängen für die ungeordnete Streuung fortfallen

1) Proc. Roy. Soc. London (A) **105**, 16, 1924.
2) Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) **215**, 1915. [Diese Arbeit ist mir leider nicht zugänglich, die Sperrung im obigen Zitat stammt von W. L. Bragg selbst. Ew.]
3) Proc. London Phys. Soc. **33**, 304—310, 1921.

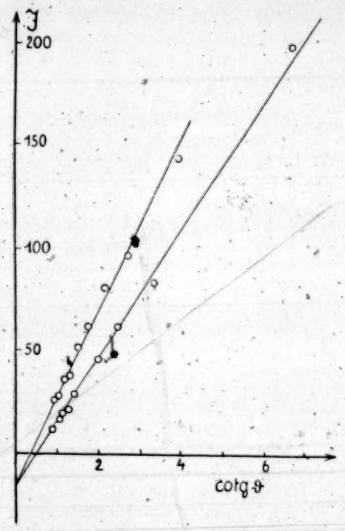


Fig. 2. An Diamant reflektierte Intensitäten.

(da sie geordnet gespiegelt werden). Man darf somit annehmen, daß die Intensitätszählung von dem Punkt aus zu erfolgen hat, wo sich die beiden Geraden auf der Ordinatenachse schneiden. Es zeigt sich also, daß unsere sehr einfache Überlegung, obwohl sie ausschließlich die Erscheinung der Totalreflexion zur Erklärung der Intensitäten heranzieht, die wesentlichen Züge der Braggschen Beobachtungen vortrefflich wiedergibt. Hierfür mag die geringe Wärmebewegung im Diamant ein günstiger Nebenumstand sein. Daß aber auch sonst die Totalreflexion den Hauptbeitrag zur Intensität liefert, dafür möchte ich noch eine weitere Beobachtung anführen.

R. v. Nardroff[1]) hat die Abweichungen vom Braggschen Gesetz bei unsymmetrischer Reflexion an Pyrit gemessen. Ich habe seine Messungen nach meiner Theorie in der Zeitschr. f. Phys.[2]) an Hand der Dispersionsfläche diskutiert. Über die Intensität des reflektierten Strahls schreibt er, daß sie bei streifendem Eintritt des reflektierten Strahls auf die (gegen die reflektierenden Netzebenen unter dem $\sphericalangle \varphi$ abgeschliffene) Oberfläche stark vergrößert ist (J_1) gegen die Intensität bei symmetrischer Reflexion (an natürlicher Würfelfläche), hingegen bei streifendem Austritt des reflektierten Strahls stark geschwächt (J_2). Er führt die Zahlenwerte 196, 83, 22 für diese drei Intensitäten an, ohne Angabe, ob sie sich auf einen unter $\varphi = 6^0\ 31'\ 57{,}5''$ oder auf einen unter $\varphi = 7^0\ 18'\ 39{,}0''$ gegen die Würfelflächen abgeschliffenen Kristall beziehen. Aus der Dispersionsfläche ist ersichtlich (vgl. Fig. 2 in der letztzitierten Arbeit), daß bei Vertauschung der Strahlrichtungen die Breiten der Gebiete der Totalreflexion und somit die Intensitäten sich verhalten wie

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{\sin(\vartheta_0 + \varphi)}{\sin(\vartheta_0 - \varphi)} \qquad (10)$$

Mit dem $\sphericalangle \vartheta_0 = 7^0\,31'\,23''$ würde dies Verhältnis sich für $\varphi = \varphi$ zu 14, für $\varphi = \bar{\varphi}$ zu 69 ergeben, während aus den obigen Angaben etwa 9 folgt. Offenbar hat also v. Nardroff zu jenen Intensitätsfeststellungen den weniger schräg abgeschnittenen Kristall benutzt.

Übrigens dürfte auf die Intensitätsbeeinflussung durch unsymmetrische Reflexion allgemein die Fälschung der Intensität zurückzuführen sein, die von W. H. Bragg schon frühzeitig als Folge einer nicht genauen Orientierung der angeschliffenen Kristalloberflächen festgestellt wurde. Sein Verfahren, durch Strahlenumkehr und Bildung des Mittelwerts der Intensität den Mangel des Schliffs zu eliminieren, ist bei kleinen Winkeln φ richtig, bei großen (d. h. vergleichbar mit Einfallswinkel ϑ) nicht. Die Absorption im Kristall möchte ich weder hier, noch bei den v. Nardroffschen Messungen für das Entscheidende halten.

Zusammenfassung.

1. Der Hauptteil der Intensität des reflektierten Röntgenstrahls entsteht durch Totalreflexion.

2. Hieraus folgt, daß die bisherige Vorstellung über die Wirkungsweise des Strukturfaktors nicht zutrifft.

3. Die allgemeine Theorie der Röntgenoptik zeigt, daß der Winkelbereich für den Strahleneinfall, unter dem Totalreflexion eintritt, bei symmetrischer Reflexion monochromatischer Strahlung proportional zu $S \operatorname{cotg} \vartheta$ ist (ϑ = Einfallswinkel, S die durch Gl. (1) definierte „Strukturamplitude").

4. Auch die Intensität ist deshalb proportional zu $S \operatorname{cotg} \vartheta$ (nicht zu S^2, wie bisher angenommen wurde).

5. Hiermit stehen in Einklang Messungen von W. L. Bragg an Aragonit, von W. H. Bragg an Diamant, sowie von R. v. Nardroff an Pyrit.

Stuttgart, Seminar f. theoret. Physik der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 15. Dezember 1924.)

1) Phys. Rev. **24**, 143, 1924.
2) Zeitschr. f. Phys. **30**, 1—13, 1924.

Bemerkungen über die Lebensdauer angeregter Atome.

Von W. Gerlach und W. Schütz.

Die bekannten Versuche von Wood und Ellet über polarisierte Resonanzstrahlung haben Anlaß zu einer Anzahl von theoretischen Überlegungen gegeben[1]). Auch die Verf. hatten ähnliche Überlegungen schon vor längerer Zeit angestellt und versucht, vorliegendes Material zu einer direkten Bestimmung der Lebensdauer angeregter Atomzustände zu benützen. Dies ist in mehr oder weniger vollständiger Weise mittlerweile auch von anderer Seite geschehen. Dennoch möge gestattet sein, ganz kurz die Überlegungen im Zusammenhang mit eigenen experimentellen Untersuchungen hier zu rekapitulieren.

Grundlegend für die Erklärungen der Wood-Ellet-Versuche mit Na ist die Annahme, daß die verschiedenen magnetischen Niveaus des $2p_1$-Zustands des Natriums während ihrer Lebensdauer nicht ineinander übergehen, daß also das Auswahlprinzip nicht durch Stoßstörungen durchbrochen wird.

Wir brauchen folgende Größen:

I. Kinetische Energie pro Mol

$$^1/_2 N m v^2 = {}^3/_2 N \cdot k \cdot T.$$

Natriumdampf.

Temp.	kinet. Energie pro Mol
500° abs (227° C)	$6{,}2 \times 10^{10}$ erg
600° abs (327° C)	$7{,}5 \times 10^{10}$ erg

Quecksilberdampf.

Temp.	kinet. Energie pro Mol.
300° abs (27° C)	$3{,}7 \times 10^{9}$ erg

II. Energiedifferenzen zwischen den Quantenzuständen (erg pro Mol)

Natriumdampf.

Diff. $2p_1 - 2p_2$	$1{,}9 \times 10^{9}$ erg
Diff. der benachbarten Zeemanterme ($^2/_3 a$)	
für $H = 100$ Gauß	$3{,}7 \times 10^{5}$ erg
$H = 2$ Gauß	$0{,}7 \times 10^{4}$ erg

Der Vergleich von I und II zeigt, daß die mittlere Temperaturenergie groß ist gegen die Differenzen der Terme bzw. der Zeemanaufspaltungen. Ein Übergang durch Wärmestöße ist somit energetisch möglich. Deshalb ist als weiterer Faktor die „Stoßzeit" zu berücksichtigen, die wir in III gaskinetisch aus freier Weglänge $\lambda = \frac{1}{1{,}41 \cdot N \cdot \pi \cdot \sigma^2}$ und mittlerem Geschwindigkeitsquadrat $\overline{c^2} = \frac{3N \cdot k \cdot T}{M}$ zu $\tau = \frac{\lambda}{\bar{c}}$ berechnen, mit $\sigma_{Na} = 3 \times 10^{-8}$ cm und $\sigma_{Na2p} = 12 \times 10^{-8}$ cm, da für das eine Stoßatom der „Radius" des angeregten Atoms in Betracht kommt.

III. Natriumdampf.

Temp.	λ	$\bar{c}$	τ
470° abs	4 cm	7×10^{4}	$5{,}7 \times 10^{-5}$ sec
600° abs	0,02 cm	8×10^{4}	$2{,}5 \times 10^{-7}$ sec

Hg-Dampf.

300° abs	1,5 cm	$1{,}9 \times 10^{4}$	8×10^{-5} sec

Diese Temperaturen sind gewählt, weil sie in den Untersuchungen von Wood und Mohler[1]) als typische Temperaturen dafür angegeben sind, bei welchen eine Erregung des Na-Dampfes mit D_1 (oder D_2) die Emission von $D_1 + D_2$ erregt (600° abs), bzw. nur die Reemission der erregenden Komponenten beobachtet wird (470° abs). Da die Stoßenergie zum Übergang $D_1 \rightleftarrows D_2$ nach I und II ausreicht, folgt für die Lebensdauer des angeregten Zustandes $2pNa$ die Größenordnung von 10^{-7} sec, wenn man die optische Stoßzahl gleich der kinetischen setzt. Da erstere sicher größer ist, ist die angegebene Lebensdauer $< 10^{-7}$ sec ein mittlerer oberer Wert. Derselbe Wert ergibt sich aus den Versuchen mit H_2-Zusatz (Rechnung analog wie unten unter VI).

Für die Wood-Ellet-Versuche folgt, daß die Lebensdauer kleiner ist, als die angegebenen Stoßzeiten, d. h. die Berechtigung für die von den eingangs genannten Autoren vorgenommenen Überlegungen.

Für den Zeemaneffekt kommt aber nicht nur die Größe der Energiedifferenzen der Aufspaltungsterme in Betracht, sondern auch die Veränderung des Bewegungstyps des Leuchtelektrons in der Präzessionsbewegung. Hieraus ergibt sich eine zweite, von der ersten unabhängige Berechnung der Lebensdauer. Man kann die Präzessionsgeschwindigkeit oder die Zeit einer Präzessionsschwingung (Umlauf) in Verbindung mit der Stoßzeit bringen durch die Annahme, daß mindestens ein Umlauf für eine vollkommene Zeemanaufspaltung mit vollkommener Polarisation erforderlich ist. Die Zahlen gibt IV.

[1]) Bez. der Literatur vgl. W. Hanle, Zeitschr. f. Phys. 30, 93. Diese wichtige Arbeit ist während der Drucklegung unserer Notiz erschienen.

[1]) Lit. usw. siehe bei W. Gerlach, Exp. Grundlagen der Quantentheorie. Sammlung Vieweg, Bd. 1921.

IV. Larmorgeschwindigkeit.

$$o = {}^1/_2 \frac{e}{\mu} H = 8{,}9 \times 10^6 H \cdot \sec^{-1}.$$

	o	H	Aufspaltung σ	Zeit eines Umlaufs $\frac{2\pi}{o}$
Hg	27×10^6	2 Gauß	${}^3/_2 a$	$2{,}3 \times 10^{-7}$ sec
Na	45×10^8	100 Gauß	${}^5/_3 a$	$4{,}2 \times 10^{-9}$ sec

Wir vergleichen die Zahlen IV mit den Zahlen III, und zwar $\frac{\tau}{2\pi/o}$.

$$Hg: \frac{8 \times 10^{-5}}{2{,}3 \times 10^{-7}} = \sim 4 \times 10^2;$$

$$Na: \frac{5{,}7 \times 10^{-5}}{4{,}2 \times 10^{-9}} = \sim 10^4.$$

In der Stoßzeit tritt also keine Störung der Präzession ein. Wenn also die Präzessionszeit nicht größer als die Lebensdauer sein darf, so folgt für letztere als untere Grenzwerte die Größenordnung 10^{-8} bis 10^{-9} sec für $Na\,2p$, 10^{-7} sec für $Hg\,2p_2$.

Ein Vergleich mit der Berechnung unter III (Wood-Dunoyer-Versuch) ergibt für $Na2p$ einen „optischen Stoßfaktor" der Größenordnung

$$\frac{< 10^{-7}}{> 10^{-8} \text{ bis } 10^{-9}} = < 10 \text{ bis } 100.$$

Die Größe des „optischen Stoßfaktors" hängt sehr wesentlich davon ab, ob man die gaskinetische Stoßzahl mit dem Radius des normalen oder des angeregten Atoms berechnet. Letzteres macht etwa den Faktor 3 aus, um welchen die mit dem normalen Radius gerechnete Stoßzahl zu vergrößern wäre. Bei den hier gerechneten Beispielen ist zweifellos für die eine Stoßkomponente der Radius des angeregten Atoms heranzuziehen, da es sich um Zusammenstöße von normalen Atomen mit Atomen im angeregten Zustande handelt. Füchtbauer und Hoffmann rechnen für Absorptionsverbreiterungen mit dem Radius des normalen Atoms, ihre optischen Stoßfaktoren liegen bei 30 für Cs und 18 für Na. Es ist aber weiterhin noch in Betracht zu ziehen, daß das angeregte Atom an sich leichter zu stören ist, als das normale, und zwar ist sowohl der absolute Betrag der kinetischen Energie der Atome, als auch das Verhältnis dieser kinetischen Energie zu der Stabilität des gestörten Atoms in Betracht zu ziehen. Hierfür ist etwa die Größe Anregungsenergie : Ionisationsspannung in Rechnung zu setzen. Wir ersehen in dem Unterschied von optischer und gaskinetischer Stoßzahl direkt einen neuen Hinweis darauf, daß für jeden Quantenübergang der Ausgangs- und Endzustand zu berücksichtigen sind (vgl. die Utrechter Intensitätsmessungen!). Diese Betrachtungen sollen dagegen an anderer Stelle näher ausgeführt werden.

Es sei noch die Frage diskutiert, wie die vollständige Polarisation der Zeemankomponenten mit dem Verhältnis von Zeemanaufspaltung: Linienbreite zusammenhängt, ob z. B. die magnetische Aufspaltung größer als die Halbbreite sein muß. In Betracht kommt nur die Dopplerbreite (Helbbreite)

$$\delta = 0{,}36 \times 10^{-6} \lambda \sqrt{\frac{T}{M}}.$$

V.

Dopplerbreite

$Hg\lambda 2537$ $T 300^0$ abs

$Na\lambda 5890$ $T 500^0$ abs

$\delta = 1{,}1 \times 10^{-3} A^0$

$\delta \times 4{,}4 \times 10^{-3} A^0$

Magnet. Aufspaltung

$Hg\lambda 2537$ Aufsp. ${}^3/_2 a$

$Na\lambda$ 5890 mittl. 5896 Aufsp. a [1])

für 2 Gauß $\delta = 9 \times 10^{-6} A^0$

für 100 Gauß $\delta = 1{,}7 \times 10^{-3} A^0$.

Es ist also stets die Linienbreite größer als die Zeemanaufspaltung, vollständige π- und σ-Polarisation also ohne Trennung der Komponenten vorhanden.

VI.

Wir ziehen zu einer ähnlichen zahlenmäßigen Betrachtung auf einen brieflichen Vorschlag von Herrn A. Landé hin, unsere Versuche[2]) über die Drehung der Polarisationsebene im Na-Dampf in der Nähe der D-Linien bei äußerst kleinen Feldstärken ($< 0{,}5$ Gauß) und deren Zerstörung durch zugesetztes Gas heran. Nach der klassischen Elektronentheorie ist die Drehung der Polarisationsebene im Felde H-Gauß für eine Wellenlänge λ im Bogenmaß $\varphi = 2\pi \frac{l}{2\lambda}(n_+ - n_-)$, worin l der Lichtweg, und n_+ und n_- die Brechungsexponenten für links- und rechtszirkular polarisiertes Licht in der Nähe von λ_0 (D-Linien) sind. Bei reiner Strahlungsdämpfung nehmen n_+ und n_- und $(n_+ - n_-)$ und damit φ sehr große Werte an, worauf die Beobachtbarkeit unseres Effektes beruht.

Zugesetztes Gas bringt Stoßdämpfung, wodurch n_+ und n_- und $(n_+ - n_-)$ sehr herabgedrückt werden. Beobachtet wurde ein ziem-

1) Die Berücksichtigung der Faktoren ${}^5/_3$ für σ, ${}^3/_2$ für π ändert an der Größenordnung nichts.

2) Die Naturwissenschaften, 1923, S. 637, Heft 28. Wir hatten früher auf eine mögliche richtungsquantelungsmäßige Deutung dieser Versuche hingewiesen.

lich plötzliches Abnehmen der durch die Drehung hervorgebrachten Aufhellung bei einem bestimmten Gaszusatz, z. B. $\sim 4\,\text{mm}\,H_2$ oder N_2 (Einfluß der Gasart ist vorhanden, doch ohne Änderung der Größenordnung) zu Na-Dampf von etwa 10^{-2} mm. Hieraus ergibt unter Annahme der Radien von $N_2 = 2{,}5 \times 10^{-8}$ (nach Born) und $Na\,2p = 12 \times 10^{-8}$ die Stoßzahl

$$n = \sigma^2 \cdot p \cdot 2666 \sqrt{\frac{2\pi N}{kT}} \cdot \sqrt{\frac{M + M_1}{MM_1}},$$

und die Stoßzeit

$$\tau = \frac{1}{v} = \sim 10^{-8}$$

in Übereinstimmung mit der aus der magnetisierten Fluoreszenz berechneten „Lebensdauer".

Rein klassisch folgt aus der Theorie eine Abnahme der Drehung mit zunehmender Dämpfung.

Bringt man die Drehung der Polarisationsebene mit einem quantenmäßigen Vorgang (unbekannter Art) in Verbindung, so heißt das Ergebnis, daß die gerechnete Stoßzeit von 10^{-9} sec ein unterer Grenzwert für die Lebensdauer dieses Quantenzustandes ist. Hiermit ist im Gegensatz zu dem aus der ersten der vorstehenden Berechnungen folgenden oberen Grenzwert auch der untere festgelegt.

Da die Zunahme der Dämpfung eine Verbreiterung der Spektrallinie gibt, wird in unserem Experiment die von der Eigenschwingung ν_0 herrührende Drehung in den Verbreiterungsbereich fallen. Würden die gestörten, also benachbarten Frequenzen absorbierender Atome ebenfalls eine Drehung der Polarisationsebene liefern, so müßte eine Aufhellung jenseits des Verbreiterungsbereichs auftreten; diese ist nicht beobachtet[1]). Man kann dieses Resultat so ausdrücken, daß die Lebensdauer dieser gestörten Atome wesentlich kleiner ist, oder noch anders: daß als Bedingung für einen definierten Quantenzustand eine bestimmte minimale Lebensdauer anzusetzen ist.

Die Verbindung dieser Überlegungen mit denen über die Lebensdauer aus dem Fluoreszenz-Zeemaneffekt ist dadurch gegeben, daß der Präzessionsumlaufszeit im letzteren die Ausstrahlungszeit (Zeit des Mit- oder Ausschwingens) entspricht, und aus den Zahlenangaben folgt, daß die für die Drehung erforderliche Schwingungszeit gleich der Präzessionsumlaufszeit sein muß.

1) Vgl. auch Minkowski, Phys. Zeitschr. 1922, wo qualitativ das gleiche für weit außerhalb von $(\nu_0 + \delta\nu)$ gelegene Bezirke gefunden wird.

Wir haben experimentell diese Untersuchungen fortgesetzt und werden in einiger Zeit hierüber Näheres berichten.

Frankfurt a. M., November 1924.

(Eingegangen 12. Dezember 1924.)

Über Schwingungskreise mit Kombination von induktiver und kapazitiver Kopplung.

Von F. Harms.

Schwingungskreise, bei denen der Gitterkreis mit dem Anodenkreis induktiv (Meißner-Schaltung) oder kapazitiv gekoppelt ist (Kühn-Schaltung) sind vielfach untersucht worden[1]).

Im Folgenden wird eine Schaltung untersucht, die beide Kopplungen gleichzeitig enthält. Es ist wohl zweckmäßig, diese Schaltung zu untersuchen, weil sich der Fall reiner induktiven Kopplung so wenig wie der Fall der rein kapazitiven Kopplung praktisch herstellen läßt, wegen der inneren Röhrenkapazitäten bzw. wegen der Induktion der Zuleitungen. In der vorliegenden Mitteilung werden nur die Frequenzen und die Anschwingbedingungen untersucht.

Eine Senderschaltung enthalte einen abstimmbaren Gitterkreis $c_2 L_2 R_2$ und einen abstimmbaren Anodenkreis $c_1 L_1 R_1$, gekoppelt sowohl induktiv durch die beiden Spulen (L_{12}) als auch kapazitiv durch die Kapazität c_3.

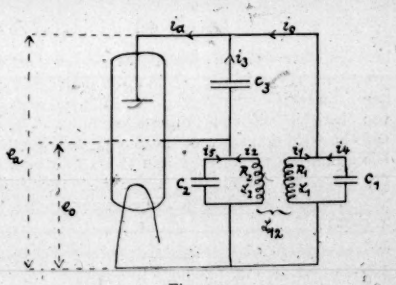


Fig. 1.

Dann gelten für die Wechselstromanteile der in der Anordnung fließenden Ströme folgende Gleichungen:

1) Zur Kühnschaltung vgl. z. B. H. Rukop u. I. Hausser, Zeitschr. f. techn. Phys. 4, 101, 1923.

$$\begin{array}{lll} i_a = S e_0 + \frac{1}{R_i} e_a & i_a = i_0 + i_3 & i_0 = i_1 + i_4 \\ i_3 = i_2 + i_5 & -e_a = i_1 R_1 + i_1' L_1 + i_2' L_{12} & -e_a = \frac{1}{c_1}\int i_4 dt \\ -e_0 = i_2 R_2 + i_2' L_2 + i_1' L_{12} & -e_0 = \frac{1}{c_2}\int i_5 dt & -(e_a - e_0) = \frac{1}{c_3}\int i_3 dt. \end{array} \quad (1)$$

Aus diesen Gleichungen folgt durch Elimination der übrigen Variabeln für i_1 eine Diff.-Gleichung 4. Ordnung, die wir folgendermaßen schreiben:

$$i_1'''' + M_3 i_1''' + M_2 i_1'' + M_1 i_1' + M_0 i_1 = 0 \quad (2)$$

Die Koeffizienten sind in ziemlich verwickelter Weise von den Kreis- und Röhrenkonstanten abhängig. Sie haben folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned} M_3 &= \frac{\delta_1 + \delta_2}{1 - \varkappa^2} + \frac{c_3 S + \frac{c_2 + c_3}{R_i}}{c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3} \\ M_2 &= \frac{\delta_1 \delta_2}{1 - \varkappa^2} + \frac{\delta_1 + \delta_2}{1 - \varkappa^2} \cdot \frac{c_3 S + \frac{c_2 + c_3}{R_i}}{c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3} + \frac{\frac{c_2 + c_3}{L_1} + \frac{c_1 + c_3}{L_2} - 2\varkappa c_3 \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}}}{(1 - \varkappa^2)(c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)} \\ M_1 &= \frac{\frac{\delta_1 (c_1 + c_3)}{L_2} + \frac{\delta_2 (c_2 + c_3)}{L_1} + \frac{\frac{1}{R_i} + \varkappa \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}}{L_2}}{(1 - \varkappa^2)(c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)} \\ M_0 &= \frac{1 + \frac{R_1}{R_i}}{L_1 L_2 (1 - \varkappa^2)(c_1 c_2 + c_1 c_3 + c_2 c_3)} \end{aligned} \quad (3)$$

wobei

$$\delta_1 = \frac{R_1}{L_1}; \quad \delta_2 = \frac{R_2}{L_2}; \quad \varkappa^2 = \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}.$$

Hier sind in M_2 die ersten beiden Glieder neben dem dritten zu vernachlässigen, in M_0 ebenso $\frac{R_1}{R_i}$ gegen 1. Die Lösung der Diff.-Gleichung (2) schreiben wir in der Form $e^{(\lambda_1 \pm i\omega_1)t}$ und $e^{(\lambda_2 \pm i\omega_{II})t}$, also als zwei gedämpfte Schwingungen. Soll hier nun eine dieser Schwingungen von beliebig kleinen Anfangsamplituden sich aufschaukeln können, so muß der zugehörige Dämpfungswert λ positiv sein. Durch Einsetzen der Lösungen findet man leicht, daß zwischen den λ, ω und M folgende Beziehungen bestehen müssen:

$$\begin{aligned} M_3 &= -2(\lambda_1 + \lambda_2) \\ M_2 &= \omega_1^2 + \omega_{II}^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 4\lambda_1\lambda_2 \\ M_1 &= -2[\omega_1^2 \lambda_2 + \omega_{II}^2 \lambda_1 + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)] \\ M_0 &= \omega_1^2 \omega_{II}^2 + \omega_1^2 \lambda_2^2 + \omega_{II}^2 \lambda_1^2 + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Der Koeffizient M_3 ist offenbar stets positiv; aus der Gleichung für M_3 geht demnach hervor, daß λ_1 und λ_2 nicht gleichzeitig positiv sein können, es kann also höchstens eine Schwingung mit negativer Dämpfung möglich sein. Wir erhalten so das Resultat, daß jedesmal nur eine der Schwingungen sich zu größeren Amplituden aufschaukeln kann, was also bei der doppelten Kopplung ebenso gilt, wie es für einfache Kopplungen bekannt ist.

Zur Berechnung der ω^2 und λ nehmen wir an, daß λ_1^2 und $\lambda_2^2 \ll \omega_1^2$ und ω_2^2 sind. Wir werden also in den λ quadratische und höhere Glieder neben den übrigen vernachlässigen[1]). Dann erhalten wir zur Berechnung von ω^2 folgende Gleichung:

$$\omega^4 - \omega^2 M_2 + M_0 = 0 \quad (5)$$

wobei in M_2 und M_0 ebenfalls in den Dämpfungsgliedern quadratische und höhere Glieder vernachlässigt werden. Wir berechnen ω^2 als Funktion von c_2.

[Die Gleichung (5) gibt im allgemeinen zwei Werte für ω^2; nur unter besonderen Umständen können diese beiden Werte zusammenfallen. Bei Abstimmung der Einzelkreise ($L_1 = L_2$; $c_1 = c_2$) aufeinander geschieht das z. B., wenn $\frac{c_3}{c_1} = \frac{\varkappa}{1 - \varkappa}$ ist. Die im allgemeinen getrennten Kurven für

1) Vgl. z. B. Ann. d. Phys. **68**, 347, 1922.

ω_I^2 und ω_{II}^2 (vgl. die stark ausgezogenen Kurven der Fig. 2—4) haben in diesem Falle einen Punkt gemeinsam (Fig. 5).

In diesem Fall (wir beschränken uns auf $L_1 = L_2$) wird nämlich unter Vernachlässigung der Glieder, welche Dämpfungsgrößen quadratisch enthalten, und unter Vernachlässigung von R_1 gegen $\frac{1}{R_1}$:

$$M_0 = \frac{1}{L_1 L_2 (1-\varkappa^2)(c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)},$$

was man unter Benutzung der eben erwähnten Bedingung $\frac{c_3}{c_1} = \frac{\varkappa}{1-\varkappa}$ auch so schreiben kann:

$$M_0 = \frac{\omega_1^4}{(1+\varkappa)\left(\frac{c_2}{c_1}+\varkappa\right)} = \frac{\omega_1^2}{1+\varkappa}\cdot\frac{\omega_1^2}{\frac{c_2}{c_1}+\varkappa},$$

wo $\omega_1^2 = \frac{1}{L_1 c_1}$.

Ferner wird

$$M_2 = \frac{\frac{c_2+c_3}{L_1} + \frac{c_1+c_3}{L_2} - 2\varkappa c_3 \frac{1}{\sqrt{L_1 L_2}}}{(1-\varkappa^2)(c_1c_2 + c_1c_3 + c_2c_3)} = \frac{\omega_1^2\left(\frac{c_2}{c_1} + \frac{1+\varkappa-2\varkappa^2}{1-\varkappa}\right)}{(1+\varkappa)\left(\frac{c_2}{c_1}+\varkappa\right)} = \frac{\omega_1^2\left(\frac{c_2}{c_1}+1+2\varkappa\right)}{(1+\varkappa)\left(\frac{c_2}{c_1}+\varkappa\right)}$$

$$= \frac{\omega_1^2}{1+\varkappa} + \frac{\omega_1^2}{\frac{c_2}{c_1}+\varkappa}.$$

Die beiden Lösungen der Gleichung

$$\omega^4 - \omega^2 M_2 + M_0 = 0$$

sind also

$$\omega_1^2 = \frac{\omega_1^2}{1+\varkappa} \quad \text{und} \quad \omega_{II}^2 = \frac{\omega_1^2}{\frac{c_2}{c_1}+\varkappa}, \qquad (6)$$

wobei $L_1 = L_2$ und $\frac{c_3}{c_1} = \frac{\varkappa}{1+\varkappa}$ vorausgesetzt ist.]

Unter denselben Vernachlässigungen erhält man dann aus der Gleichung für M_1

$$-2[\omega_1^2\lambda_2 + \omega_{II}^2\lambda_1] = M_1$$

und aus dieser Gleichung folgt durch Kombination mit

$$-2[\lambda_1 + \lambda_2] = M_3$$

$$\lambda_I = \frac{1}{2}\frac{M_1 - \omega_1^2 M_3}{\omega_1^2 - \omega_{II}^2},$$

$$\lambda_{II} = -\frac{1}{2}\frac{M_1 - \omega_{II}^2 M_3}{\omega_1^2 - \omega_{II}^2}.$$

Nennen wir ω_1^2 die Kreisfrequenz, welche der kürzeren Welle entspricht, so ist der Nenner $\omega_1^2 - \omega_{II}^2$ positiv und es muß, damit diese Welle sich aufschaukeln kann, λ_I positiv sein, also $\omega_1^2 < \frac{M_1}{M_3}$. Damit die Welle (ω_{II}, λ_2) sich aufschaukeln kann, muß entsprechend sein

$$\omega_{II}^2 > \frac{M_1}{M_3}.$$

Um zu zeigen, was für Verhältnisse hier eintreten können, sind unter bestimmten Annahmen für die Zahlenwerte erstens die beiden möglichen Kreisfrequenzen berechnet. Dabei ist angenommen, daß L_1, L_2, $\varkappa$, c_1, c_3 konstant gehalten werden, und als einzige Variable die Kapazität c_2 variiert wird. Aufgetragen ist in den Figuren als Ordinate $\frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$ bzw. $\frac{\omega_{II}^2}{\omega_1^2}$, als Abszisse das Verhältnis $\frac{c_2}{c_1}$. In allen Fällen ist angenommen: $L_1 = L_2 = 10^6$ cm; $R_1 = R_2 = 10$ Ohm; $c_1 = 450$ cm; $R_l = 10^5$ Ohm; $S = 10^{-4}$ 1/Ohm. Die obere der beiden stark ausgezogenen Kurven stellt $\frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$, die untere $\frac{\omega_{II}^2}{\omega_1^2}$ als Funktionen von $\frac{c_2}{c_1}$ dar.

Außerdem sind die Werte von $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2}$ als Funktion von $\frac{c_2}{c_1}$ in dasselbe Diagramm als schwach ausgezogene Linien eingezeichnet. Liegt diese Kurve oberhalb der Kurve für $\frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$ oder unterhalb der Kurve für $\frac{\omega_{II}^2}{\omega_1^2}$, so ist die kürzere bzw. die längere Welle möglich. Ist $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2}$ weder größer als $\frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$, noch kleiner als $\frac{\omega_{II}^2}{\omega_1^2}$, verläuft also die Kurve $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2}$ ganz zwischen den beiden Frequenzkurven, so kann keine der Wellen entstehen. Die schwach ausgezogenen Linien gelten für $R_1 = R_2 = 10$ Ohm; durch punktierte Kurven ist angedeutet, wie sich diese Linien deformieren, wenn R_1 und R_2 sehr klein oder sehr groß werden. Der Unterschied $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2}$ gegen $\frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$ bzw. gegen $\frac{\omega_{II}^2}{\omega_1^2}$ ist insofern ein rohes Maß für die entstehende stationäre Amplitude, als diese um so größer ausfallen wird, je größer der positive Wert $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{\omega_I^2}{\omega_1^2}$ sein wird.

Erläuterung zu den Diagrammen.

Fig. 2. Rein kapazitive Kopplung. (Kühn-Schaltung.) $\varkappa^2 = 0$; $\frac{c_2}{c_1} = 0.05$. Nur die längere

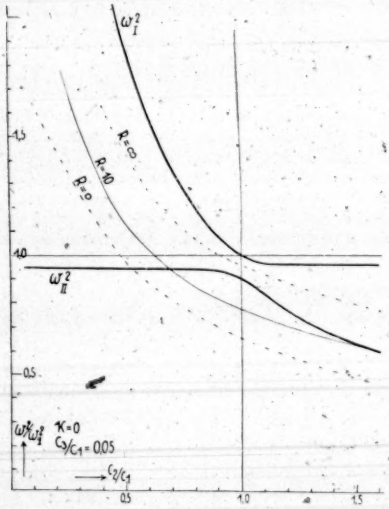


Fig. 2.

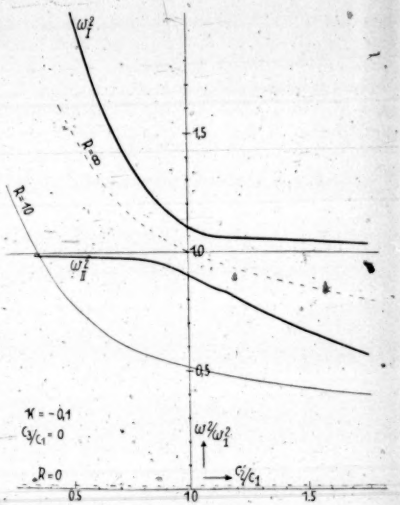


Fig. 3b.

Welle ist möglich, und zwar in einem um so größeren Bereich von Wellenlängen, je geringer die Spulendämpfung ist. Aber auch für $R_1 = R_2 = 0$ setzen Schwingungen erst bei einem gewissen Mindestwert von c_2 ein, natürlich wegen der inneren Röhrendämpfung.

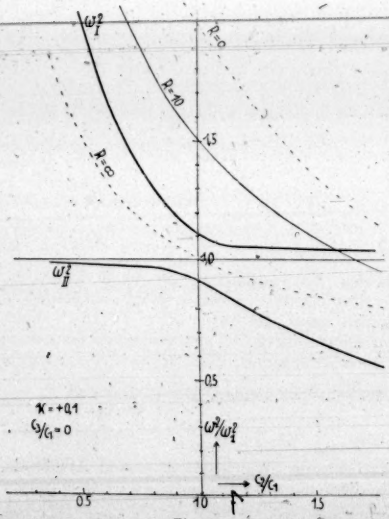


Fig. 3a.

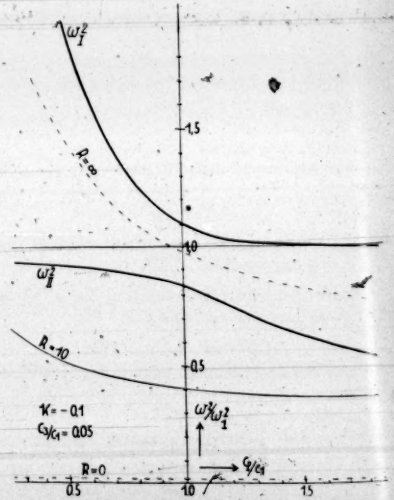


Fig. 4a.

Fig. 3a. Rein induktive Kopplung. (Meissner-Schaltung[1]). $\varkappa = +0{,}1$; $\frac{c_3}{c_1} = 0$. Nur die kürzere Welle ist möglich; die Kapazitätswerte c_2 und damit die resultierenden Wellenlängen dehnen sich nach großen c_2 oder λ Werten um so weiter aus, je kleiner die Dämpfung wird.

Fig. 3b. Wie 2a aber $\varkappa = -0{,}1$; d. h. der Kopplungssinn der Spulen ist gegen 2a vertauscht. Nur die längere Welle ist möglich.

Fig. 4a. Induktive und kapazitive Kopplung. $\varkappa = +0{,}1$; $\frac{c_3}{c_1} = 0{,}05$. Nur die kürzere Welle ist möglich; ganz ähnlich wie 3a.

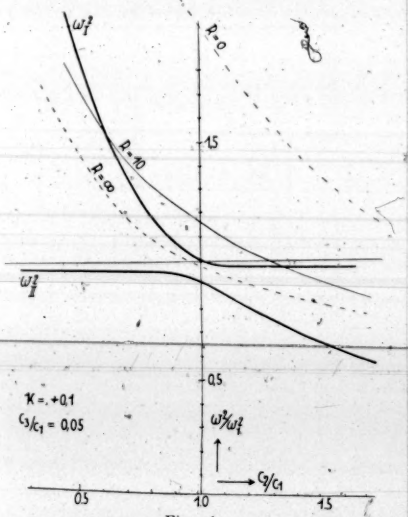


Fig. 4b.

Fig. 4b. Wie 3a aber $\varkappa = -0{,}1$; $\frac{c_3}{c_1} = 0.05$. Kopplungssinn vertauscht. Nur die längere Welle ist möglich; ganz ähnlich wie 3b. Durch Vergleich der Fig. 3a und 3b mit 4a und 4b erkennt man, daß durch das Hinzukommen der (kleinen) kapazitiven Kopplung die Differenz der beiden Kopplungsschwingungen verkleinert ist für positives $\varkappa$, vergrößert für negatives $\varkappa$. Die folgende Fig. 5 zeigt, daß durch geeignetes Abgleichen von kapazitiver und induktiver Kopplung die Frequenzkurven in einem Punkte zur Berührung gebracht werden können, ohne daß jedoch dabei die Kreise entkoppelt wären, was man schon daran erkennen kann, daß die gemeinsame Frequenz im Abstimmungsfall $c_2 = c_1$ nicht gleich der Eigenfrequenz der Einzelkreise ist

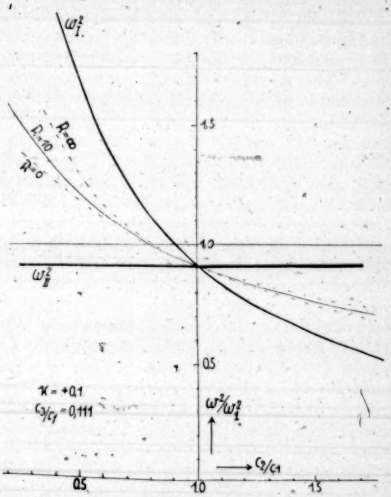


Fig. 5.

Fig. 5. Induktive und kapazitive Kopplung $\varkappa = +0{,}1$; $\frac{c_3}{c_1} = 0{,}111$. Dies ist der oben berechnete Fall. Man erkennt, daß der Gleichung (5) entsprechend die eine der Kopplungsfrequenzen unabhängig von c_2 gleich $0{,}9 \cdot \omega_1^2$ ist. Weiter sieht man, daß bei dieser Abgleichung der Kopplungen das System niemals in Schwingung geraten kann, und wenn die Dämpfungen noch so klein sind. Denn die Kurven für $\frac{M_1}{M_3}\frac{1}{\omega_1^2}$ verlaufen für beliebig kleine und beliebig große Werte der Widerstände R_1 und R_2 stets zwischen den beiden Frequenzkurven[1]).

Macht man die kapazitive Kopplung größer als den kritischen Wert der Fig. 5, so erhält man wieder Kurven, die offenbar den Typus von Fig. 2 haben müssen.

1) Mit abstimmbarem Gitter- und Anodenkreis.

1) Ich komme in kurzem auf diesen Fall noch zurück.

Würzburg, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 15. Dezember 1924.)

Registrierbeobachtungen der Höhenstrahlung im Meeresniveau.

Von G. Hoffmann.

Die durchdringende Strahlung, wie wir sie im Tiefland mit dem üblichen, geschlossenen Ionisationsgefäß beobachten, nehmen wir nach den bisherigen Ergebnissen als zusammengesetzt an aus der γ-Strahlung der in der umgebenden Materie verteilten radioaktiven Substanzen und aus einer Strahlung besonderen Charakters, der Höhenstrahlung. Die γ-Strahlung der Umgebung besitzt örtlich stark verschiedene Größe, die auch unter atmosphärischen Einflüssen zeitlich erheblich variieren kann, so daß dadurch die Untersuchung der Höhenstrahlung in ihrem zeitlichen Verlauf sehr erschwert wird. Deshalb ist es notwendig, Beobachtungen im Hochgebirge auszuführen, wo der Anteil der Höhenstrahlung auf ein Mehrfaches gesteigert wird. Diese Aufgabe ist von verschiedenen Seiten in Angriff genommen. Kolhörster[1]) glaubte aus seinen Messungen im Juli 1923 auf Alpengletschern eine deutliche tägliche Periode der Höhenstrahlung konstatieren zu können; er schloß unter Vorbehalt genauerer Bestätigung aus seinen Beobachtungen, daß diese Strahlung aus bestimmten Teilen des Fixsternhimmels käme.

Die zunächst ziemlich einfach aussehende Aufgabe, fortlaufende Registrierung der durchdringenden Strahlung durchzuführen, wird dadurch verwickelt, daß thermische Störungen und Isolatoreneinflüsse der elektrometrischen Anordnung sorgfältig ausgeschaltet werden müssen. Ferner erschwert, daß neben der Ionisation der Strahlung noch eine selbständige Eigenionisation des Gefäßes einhergeht, die an Größe die Wirkung von außen überragt. Trotzdem ist namentlich durch die Messungen von Kolhörster die Tatsache als experimentell gesichert anzusehen, daß die Höhenstrahlung ein Durchdringungsvermögen besitzt, das etwa 10 mal so groß ist, als die härteste γ-Strahlung bekannter radioaktiver Substanzen. Aus dieser Tatsache und der Größe der Höhenstrahlung, die bei Ballonhochfahrten gemessen ist, ergibt sich die Intensität der Höhenstrahlung im Meeresniveau zu etwa 1 J in Luft bei 760 mm und 0°. (J = Bildung von einem Ionenpaar pro ccm und sec[2]).

Zur Untersuchung schwacher radioaktiver Wirkung habe ich nun ein Ionisationsgefäß ausgebildet, das sich durch weitgehende Beseitigung der Wirkung der Wandstrahlung auszeichnet[1]). Es beruht darauf, daß durch genügende Verfeinerung der elektrometrischen Messung die α-Ionisationen sich als Einzelimpulse abtrennen. Gibt man nun dem Ionisationsraum keine Wandbegrenzung, sondern trennt durch ein von wenigen Drähten gebildetes Netz einen zentralen Teil in einem größeren Gefäß als Ionisationsraum ab, so ist es möglich, die Zahl der α-Ionisationen so stark zu reduzieren, daß sie als seltene Einzelereignisse auftreten (3 bis 5 stündlich) und dazwischen Zeiten liegen, in denen gleichförmige Elektrometerbewegung allein β- und γ-Strahlung anzeigt. Fig. 1 erläutert die Versuchsanordnung. Das Netz N in dem Druckgefäß K besteht aus drei zueinander senkrecht stehenden Drahtringen von etwa 8 cm Durchmesser; N liegt an etwa 500 Volt Spannung. Die zentrale Auffangelektrode führt unmittelbar hinab zu einem Spezialelektrometer E, dessen Zeigerbewegung auf photographischem Papier registriert wird. Die Registrierkurven zeigen entsprechend der Aufladung gleichmäßig geneigte Linien, gelegentlich unterbrochen durch α-Stöße. Ausschnitte aus derartigen Registrierkurven sind der oben zitierten Arbeit beigefügt. Die Registrierungen laufen völlig automatisch. Alle Stunden führt eine Schaltuhr das Instrument in die Ausgangslage zurück. Die Neigung der erhaltenen Kurven gibt stündlich einen Wert für den Ionisationsstrom. Der gleichförmige Reststrom, der im speziellen bei

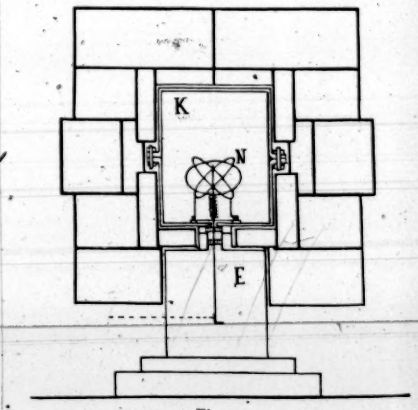


Fig. 1.

1) W. Kolhörster, Ber. d. Berl. Akad. **34**, 366, 1923. Eine ausführliche Literaturübersicht gibt A. Wigand in einem zusammenfassenden Bericht über dieses Gebiet, der kürzlich erschienen ist: diese Zeitschr. **25**, 445, 1924.

2) Vgl. A. Wigand, l. c.

1) G. Hoffmann, Zeitschr. f. Phys. **25**, 177, 1924.

diesem Untersuchungsgefäß auftrat, ohne daß Substanzen eingebracht waren, betrug 4,7 *J* (reduziert auf Luft 760 mm, 0°; bei den Beobachtungen wurde damals meist CO_2, 1300 mm *Hg* angewandt). Um schwache radioaktive Wirkungen konstatieren zu können, ist es wünschenswert, diesen Reststrom möglichst klein und konstant zu machen. Aus diesem Grunde wurde damals das Ionisationsgefäß außen mit einem Bleimantel (3 cm Stärke) umgeben. Es war nun sehr bemerkenswert, daß dieser Bleimantel, der das Ionisationsgefäß nicht einmal ganz vollständig umgab, diesen Reststrom auf 1,56 *J* reduzierte, d. h. auf 33 Proz. seines Wertes. Die Kontrolluntersuchung der Anordnung mit einem Radiumpräparat ergab, daß der Bleimantel die γ-Strahlenwirkung des Radiums auf 29 Proz. verkleinerte in Übereinstimmung mit dem sonst gemessenen Absorptionsvermögen von Blei. Die auffallend starke Wirkung des Bleimantels auf den Reststrom zeigt, daß der von α-Ionisationen gereinigte Reststrom fast ausschließlich durch Strahlung von außen her bedingt wird.

Die erzielten Erfolge ließen es als aussichtsreich erscheinen, die Anordnung zur Untersuchung der Höhenstrahlung weiter auszubauen. Zu diesem Ende wurde die Apparatur mit einem aus einzelnen passend gegossenen Blöcken zusammengesetzten zweiten Bleipanzer (9 cm Stärke) umgeben, so daß jetzt im ganzen ein ca 12 cm dicker Panzer die Anordnung umgibt. (Vgl. Fig. 1.) Diese 12 cm Blei sollten rechnungsmäßig die γ-Strahlen des Radiums bis auf 1 Proz. schwächen und das wurde auch durch Kontrollversuche bestätigt. Dagegen sollte dieser Panzer nach dem Kolhörsterschen Absorptionskoeffizienten die Höhenstrahlung noch zu 60 Proz. durchlassen, so daß diese noch mit 0,6 *J* (Luft, 0°, 760 mm) zur Wirkung kommt. Die Messungen ergaben für den 12 cm Panzer einen um 1,0 *J* als Mittelwert schwankenden Reststrom. Er ist also nach diesen Zahlen um mehr als die Hälfte durch Höhenstrahlung bedingt.

Vergleichen wir hiermit, daß bei Kolhörsters Messungen auf dem Jungfraujoch 1923 die Höhenstrahlung in Apparat 5 mit 22 Proz., in Apparat 8 mit 33 Proz. beteiligt war, so zeigt sich, daß durch die Ausschaltung der Wandstrahlung der Anteil der Höhenstrahlung im Gesamteffekt noch mehr gesteigert wird als durch den Transport ins Hochgebirge. Erschwert ist die Messung mit der hier geschilderten Apparatur dadurch, daß der Ionisationsraum und damit auch der Gesamtstrom etwa 30 mal kleiner ist, im gleichen Maße auch die Elektrometeranordnung empfindlicher sein muß. Andererseits kann man im festen Gebäude für Temperaturkonstanz und ähnliches ganz anders sorgen, wie auf einer Gletscheroberfläche. Die Bleipanzeranordnung hat ferner den prinzipiellen Vorteil, daß infolge der Panzerung jede Schwankung des Reststromes durch Variation des Radiumgehaltes der Umgebung ausgeschlossen ist. Der Bleimantel bewirkt durch seinen Gehalt an radioaktiver Substanz eine zeitlich konstante Ionisation, die in dem Rest von 0,4 *J* enthalten sein muß, welcher nach Abzug der Höhenstrahlung von der Gesamtionisation übrig bleibt.

Die Verwendung des Bleis als Schirmsubstanz, die wegen des hohen Absorptionsvermögens erwünscht ist, unterliegt zunächst Bedenken, weil Blei mehr radioaktive Substanzen enthält als gewöhnliche Materie. Es handelt sich hier aber nur um einen Gehalt an dem mit ihm isotopen *Ra D*, das wesentlich durch das hieraus sich entwickelnde *Ra F* (Polonium) mit α-Strahlung wirksam ist. Daß die erhöhte Ionisation in Gefäßen aus Blei durch α-Strahlung bedingt ist, geben schon Elster und Geitel[1]) an. Der *Ra*-Gehalt und dadurch bedingte γ-Strahlung ist bei Blei nicht größer als bei anderen Substanzen. Daher ist 100 jähriges Blei nicht aktiver als jedes andere Metall[2]). Aus dem Absorptionsvermögen der γ-Strahlung des *Ra C* in Blei und der Eveschen Zahl läßt sich die in einem beliebig dicken Bleigefäß auftretende Ionisierung durch γ-Strahlung berechnen. Nach bekannter Formel[3]) ergibt sich so, daß der oben gefundene Ionisationsrest von 0,4 *J* durch einen *Ra*-Gehalt von $0{,}5 \cdot 10^{-12} \frac{g\,Ra}{g\,Pb}$ erzeugt werden würde. Da jedoch eine gewisse Ionisation auf Rechnung des Gefäßes selbst zu setzen sein wird, wird der *Ra*-Gehalt des Bleies wohl nicht größer sein als der einer früher gelegentlich[4]) untersuchten Messingprobe, für die ich den Wert $0{,}2 \cdot 10^{-12} \frac{g\,Ra}{g\,Metall}$ ermittelte. Der Verwendung des Bleis als Abschirmungsmaterial stehen also keine Bedenken entgegen.

Um das mit dieser Anordnung bisher Erreichte zu illustrieren, sei aus der Reihe der Registrierungen eine über 6 aufeinander folgende Tage laufende Beobachtungsreihe in folgender Tabelle wiedergegeben.

Die aus den Neigungen der stündlich gezeichneten Registrierkurven folgenden Strom-

1) Elster u. Geitel, Physik. Zeitschr. **9**, 289, 1908.
2) G. Hoffmann, Zeitschr. f. Phys. **25**, 177, 1924.
3) Vgl. Meyer-Schweidler, Radioaktivität 1916.
4) G. Hoffmann, Elster-Geitel-Festschrift 1915, S. 435.

Registrierungen mit 12 cm-Bleipanzer.

Zeit	27. Juli	28. Juli	29. Juli	30. Juli	31. Juli	1. August	2. August	Mittel
1h	—	—	1,07	1,05	—	0,91	0,99	1,005
2	—	—	0,99	1,09	—	0,94	1,04	1,015
3	—	—	0,96	1,08	—	0,97	1,02	1,007
4	—	—	0,96	1,05	—	0,99	0,99	1,000
5	—	—	1,02	1,00	—	1,04	0,96	1,005
6	—	—	1,01	1,04	—	0,98	0,97	1,000
7	—	—	0,99	1,05	—	0,93	1,05	1,005
8	—	—	1,01	1,07	—	0,90	1,02	1,000
9	—	—	1,00	1,05	—	—	—	1,025
10	—	—	1,03	1,00	—	—	—	1,015
11	1,01	—	1,05	1,05	—	1,08	—	1,047
12	0,96	1,07	1,06	0,99	—	1,02	—	1,020
13	0,95	1,05	—	—	—	0,98	—	0,994
14	0,96	1,04	0,99	—	—	0,97	—	0,990
15	0,92	1,03	0,96	—	—	1,01	—	0,980
16	0,92	1,04	1,00	—	—	1,03	—	0,997
17	0,97	1,06	1,02	—	—	0,99	—	1,010
18	0,98	1,03	1,02	—	0,91	1,02	—	0,990
19	0,98	1,03	1,04	—	0,90	—	—	0,990
20	1,03	—	1,05	—	0,86	—	—	0,980
21	—	—	1,04	—	0,91	0,97	—	0,973
22	—	0,99	—	—	0,98	0,98	—	0,983
23	—	1,02	—	—	1,00	0,97	—	0,997
24	—	1,03	—	—	0,91	1,02	—	0,987

werte sind für eine mittlere Zeit eingetragen. Zweimal täglich wurde die Druckluftfüllung erneuert zur Beseitigung gebildeter Emanation, dadurch sind Lücken innerhalb der Aufzeichnung bedingt. In Fig. 2 sind die Beobachtungswerte und die Mittelwerte durch gerade Linienzüge verbunden. Der Reststrom zeigt über eine Reihe von Stunden sich hinziehende Schwankungen, deren Maxima 5 bis 10 Proz. vom Mittelwert abweichen. Eine tägliche Periode wird von diesen Schwankungen zunächst nicht angezeigt, denn die Schwankungen heben sich bei Mittelbildung so weit gegenseitig auf, daß diese Mittelwerte, wie die letzte Kolonne der Tabelle zeigt, nur 2 bis 5 Proz. Abweichung haben.

Die Beobachtungen geben also zunächst den Kolhörsterschen Feststellungen einer täglichen Periode keine Stütze. Doch müssen zur Mittelwertsbildung die Ergebnisse künftiger Beobachtungsreihen abgewartet werden, bevor sich weitere Schlüsse ziehen lassen. Sollten kosmische Einflüsse im Spiel sein, so muß erwartet werden, daß tägliche Perioden sich bilden, wenn Beobachtungen gleicher Sternzeit zusammen genommen werden, außerdem aber durch Bleischirm dafür gesorgt wird, daß nur die Strahlung aus bestimmten Winkelbereichen

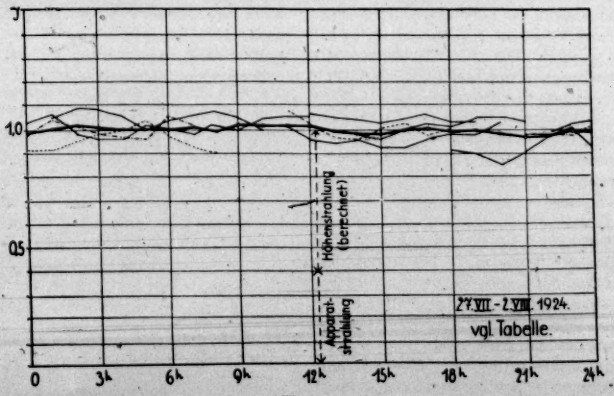


Fig. 2.

wirksam ist. Zur effektiven Ausblendung der Höhenstrahlung müßten Bleiwände von 30 bis 50 cm Stärke angewandt werden.

Es soll an Versuche mit derartigen Wänden herangegangen werden, wenn noch einige andere Fragen der Versuchsanordnung geklärt sind. Daß etwa die Schwankungen in den mitgeteilten Beobachtungsreihen auf Temperatureinflüssen beruhen, ist nach den bisherigen Erfahrungen ausgeschlossen. Während der Beobachtungsreihen wurde der gegen thermische Änderungen gut geschützte Raum nur möglichst kurze Zeit betreten. Die Temperaturschwankungen waren während der angegebenen Beobachtungsreihen kleiner wie $\pm 0{,}1^0$. Die Elektrometerempfindlichkeit (1 mm = 5200 *EQ*; wirksames Volumen 194 ccm, Füllung Luft, 1300 mm *Hg*, $16{,}5^0$, gleichförmiger Gang 3,61 mm/Min.) wird von diesen Änderungen nicht merklich berührt. Die im Beobachtungsraum aufgestellte Akkumulatorenbatterie zur Erzeugung der Spannung am Netz kann durch Spannungsänderungen influenzierend wirken, aber auch dieser Einfluß läßt sich als klein abschätzen gegen die beobachteten Schwankungen. Daß veränderliche Ströme durch die Masse des Isolators gehen, ist nach den günstigen Erfahrungen mit evakuiertem Ionisationsraume (vgl. die zitierte Arbeit) ausgeschlossen. Es könnten Ströme über die Oberfläche des Isolators gehen, wenn der Ionisationsraum mit Gas gefüllt ist. Hiergegen sprechen jedoch die Erfahrungen mit + und — geladenem Netz. Ferner liegt der Isolator zwischen Metallteilen, deren Spannungsdifferenz nie größer ist als $^1/_{10}$ Volt, und zwar stets wiederholend in der gleichen Weise. Um jedoch hier Störungen zu erkennen, sind fortlaufende Registrierungen geplant mit abwechselnd normalem und verkleinertem Ionisationsraum, um die Schwankungen des Ionisationseffektes gegen Isolatoränderungen unterscheiden zu können. Auch wird durch einen empfindlichen Thermographen die Raumtemperatur sorgfältig kontrolliert werden.

Da aber diese Messungen noch längere Zeit in Anspruch nehmen, so glaubte ich, doch schon durch diesen kurzen Vorbericht die angewandte Methode zur Darstellung bringen zu sollen. Für Gewährung von Mitteln zur Beschaffung von Blei für den 12 cm-Panzer bin ich dem Königsberger Universitätsbund zu besonderem Danke verpflichtet.

Königsberg i. Pr., November 1924.

(Eingegangen 13. November 1924.)

Ein Versuch zum Nachweis einer etwaigen einseitigen Intensitätsverteilung beim Emissionsprozeß. II [1].

Von Georg Joos.

Auf dem Bonner Physikertag wurde eine Anordnung beschrieben zum Nachweis von Schwankungserscheinungen infolge einseitiger Intensitätsverteilung beim elementaren Emissionsprozeß („Nadelstrahlung"). Diese Anordnung wurde wesentlich verbessert, und es wurden damit längere Zählreihen aufgenommen. Da diese Zählungen infolge meiner Übersiedlung nach Jena zunächst unterbrochen werden mußten und das Ergebnis durch weitere Reihen nicht mehr beeinflußt werden dürfte, möge als Abschluß der Versuche ein kurzer Bericht hierüber gestattet sein.

Optische Anordnung: Statt des früher benützten oberflächenversilberten Hohlspiegels wurde eine massive Glashalbkugel rückwärts versilbert und das szintillierende Präparat unter optischem Kontakt nahe in den Mittelpunkt der Halbkugel gebracht. Bekanntlich erhält man so auch noch bei Öffnungswinkeln von nahe 90° eine scharfe Abbildung in natürlicher Größe. Auf diese Weise blieb die für die ganze Methode unerläßliche Forderung erfüllt, daß die Apertur des Spiegels mindestens ebenso groß ist wie die des Mikroskopobjektivs.

Erzeugung der Szintillationen: Wie schon in der ersten Mitteilung betont, ist gegen die Verwendung von Sidot-Blendekristalliten das Bedenken zu erheben, daß der Austritt des Lichts etwa durch Totalreflexion nicht nach allen Seiten gleichmäßig erfolgen könnte, wodurch eine einseitige Verteilung vorgetäuscht werden kann — ein Einwand, der sich im Verlauf der Versuche als sehr berechtigt erwies. — Deshalb wurden zunächst Versuche mit einem von Herrn Professor Dr. Regener dankenswerterweise zur Verfügung gestellten Diamantdünnschliff ausgeführt. Da zur Erzeugung größter Lichtstärke sowohl zwischen Spiegel und Diamant als zwischen dem Deckgläschen, auf dem der Diamant befestigt war, und dem Mikroskopobjektiv Ölimmersion angewandt werden mußte, konnten die α-Strahlen nur dadurch an den Diamant herangebracht werden, daß die Immersionsflüssigkeit durch Stehen in einer *Th-Em*-Atmosphäre mit *Th-Em*, bzw. deren Zerfallsprodukten gesättigt wurde. Aber selbst bei dem lichtstärksten Objektiv, einem Zeiß-Apochromaten mit n. A. 1,4, für dessen Überlassung ich der Helmholtz-Gesellschaft zu großem Dank verpflichtet bin, waren die Szin-

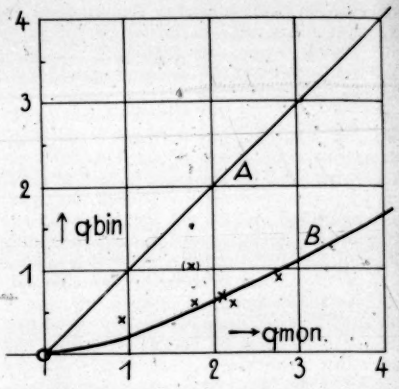
1) Vgl. diese Zeitschr. **24**, 249, 1923.

tillationen noch so schwach, daß sie mit dem Doppelokular nicht mehr wahrgenommen werden konnten. Monokulare Beobachtung, die möglich war, ist nach den früheren Ausführungen wertlos.

Es wurde daher auf Sidotblende zurückgegriffen. Durch Einbetten feinster, sorgfältig ausgesiebter Kriställchen in Monobromnaphthalin und Einschluß zwischen zwei Deckgläschen wurde eine dünne, nahezu völlig durchsichtige Schicht gewonnen, die ebenso scharfe Szintillationen wie der Diamantschliff gab. Die α-strahlende Substanz wurde bei dem schließlich angewandten Verfahren dadurch zwischen die beiden Gläschen gebracht, daß diese vor dem Versuch in leicht reibende Berührung mit einer auf einem Kupferstempel niedergeschlagenen Poloniumschicht, die ich der Freundlichkeit von Herrn Prof. Fajans verdanke, gebracht wurden. Die wenigen Atome, die so auf das Glas übertragen wurden und die sich natürlich optisch in keiner Weise bemerkbar machten, genügten, um Szintillationen in der gewünschten Häufigkeit (etwa eine pro Sekunde) hervorzurufen. Nach einiger Übung machte auch die richtige Dosierung keine Schwierigkeiten.

Zur Beobachtung dieser Szintillationen wurde ein lichtschwaches Objektiv benutzt, so daß nur ein Bruchteil der naturgemäß verschieden hellen Blitze wahrnehmbar war. Zur Fixierung der Blickrichtung wurde das Präparat mit einer regulierbaren Dunkelkammerlampe so schwach beleuchtet, daß das Gesichtsfeld eben als graue Scheibe erschien. Die Zählungen selbst wurden zur Abkürzung der Adaption nachts ausgeführt. Außerdem wurde vor Beginn der Zählung etwa 1 Stunde in völliger Dunkelheit gewartet, so daß das Maximum an Lichtempfindlichkeit gewährleistet war. Nach ungefähr zweiminutigem Zählen mußte zur Erholung der Augen eine Ruhepause eingeschaltet werden. Länger wie 2 Stunden konnte in einer Nacht nicht beobachtet werden, da sich dann störende Ermüdungserscheinungen (Auftreten grüner Flecken im Gesichtsfeld) zeigten. Es wurden so pro Nacht etwa 200 Blitze gezählt, wovon die Hälfte mit beiden Augen, je $^1/_4$ mit dem rechten und linken Auge allein beobachtet wurde.

Ergebnisse: Wie schon in der ersten Mitteilung ausführlich begründet, ist für die Beantwortung der gestellten Frage lediglich der Vergleich des Anteils der einseitigen Blitze bei monokularer und bei binokularer Beobachtung maßgebend. Es ist daher in Fig. 1 als Abszisse das Verhältnis der Zahl der einseitigen Blitze zu der der Doppelblitze bei monokularer, als Ordinate dieselbe Größe bei binokularer Beobachtung eingetragen. In dieselbe Figur sind 2 Kurven eingetragen: *A* eine unter 45° geneigte Gerade, auf die die Punkte fallen müßten, wenn die einseitige Energieverteilung bei der Emission stattgefunden hätte, diese bei der Teilung des Strahlengangs im Doppelokular erhalten bliebe und das Auge fehlerfrei wäre. *B* eine aus elementaren Wahrscheinlichkeitsüberlegungen gewonnene Kurve (vgl. die erste Mitteilung!), auf welche die Beobachtungspunkte zu liegen kommen, wenn alle Schwankungserscheinungen durch das Auge verursacht sind und die Intensitätsverteilung tatsächlich symmetrisch ist.



Wie man sieht, fallen die Punkte, mit Ausnahme eines einzigen ganz in die Nähe der Kurve *B*. Bei der Versuchsreihe, die dem herausfallenden Punkt entspricht, war im Protokoll vermerkt: Linkes Auge von Vorversuchen ermüdet. Sofern also die einfachen Überlegungen, die zur Ableitung der Kurve *B* dienten, zu Recht bestehen, spricht das endgültige Ergebnis im Gegensatz zu den Vorversuchen gegen die Annahme einer einseitigen Verteilung bei der Emission.

Nicht berücksichtigt wurde bei der Ableitung der Kurve *B* die Möglichkeit, daß beim binokularen Sehen eine Addition der beiden Reize stattfinde, so daß die Reizschwelle an sich dadurch gedrückt wird[1]). Zur Beantwortung dieser Frage angestellte Versuche ergaben, daß bei monokularer Beobachtung in derselben Zeit nur 65 Proz. der bei binokularer Beobachtung gesehenen Blitze wahrge-

1) Vgl. insbesondere H. Piper, Zeitschr. f. Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane **32**, 161, 1903. Den Hinweis auf die einschlägige Literatur, sowie andere höchst wertvolle Ratschläge in dieser Frage verdanke ich Herrn Geheimrat v. Kries-Freiburg.

nommen wurden. Dies beweist allerdings noch nicht die Herabsetzung der Reizschwelle bei binokularem Sehen, sondern kann auch dadurch erklärt werden, daß bei binokularem Sehen die Wahrscheinlichkeit größer wird, daß wenigstens in einem Auge eine hinreichend empfindliche Stelle getroffen wird. Jedenfalls kann aber, wenn bei der Emission eine einseitige Intensitätsverteilung stattgefunden hat, durch eine derartige Addition der Reize der Anteil der einseitigen Blitze bei binokularer Beobachtung nicht wesentlich zurückgehen, denn der zunächst eintretende Rückgang einseitiger Blitze wird wieder aufgehoben durch einen Zuwachs infolge solcher Blitze, von denen bei monokularer Beobachtung beide unter, bei binokularer aber der stärkere über dem Schwellenwert liegt.

Zusammenfassung: Die in Mitteilung 1 beschriebene Anordnung wurde verbessert und es wurden etwa 1500 Blitze gezählt. Es ergab sich kein Anhaltspunkt für das Auftreten von Schwankungen infolge einseitiger Intensitätsverteilung beim Emissionsprozeß. Bei der Unzuverlässigkeit des menschlichen Auges, das sich durch keine objektive Registrierung ersetzen läßt, kann dies aber lediglich als ein Indizium gegen die Annahme einer einseitigen Intensitätsverteilung gewertet werden. Ein ebensolches Indizium ist auch die Tatsache einer optischen Abbildung der Diamantblitze bei Öffnungswinkeln von nahezu 90°, die eine Kohärenz der unter so verschiedenen Winkeln abgehenden Strahlen beweist.

Jena, November 1924.

(Eingegangen 9. Dezember 1924.)

Einige Beobachtungen über künstliche Doppelbrechung durch Temperaturungleichheit.

Von Walter König.

In der Festschrift für Elster und Geitel[1]) habe ich vor neun Jahren den Nachweis elastischer Spannungen in ringförmigen Körpern mit Hilfe künstlicher Doppelbrechung behandelt. Die damals durch mechanische, radial wirkende Druckkräfte hervorgerufenen Erscheinungen stehen in engster Beziehung zu den Erscheinungen künstlicher Doppelbrechung, die durch ein radiales Temperaturgefälle hervorgerufen werden, wie sie Franz Neumann in seiner berühmten Arbeit „über die Gesetze der Doppelbrechung des Lichtes in komprimierten oder ungleichmäßig erwärmten, unkristallinischen Körpern" eingehend beschrieben und berechnet hat[1]). Ich habe in meiner oben genannten Arbeit, die vor allem darauf eingestellt war, die Prinzipien der Konstruktion der Mantelgeschütze durch einfache Versuche zu erläutern, versäumt, auf diese Beziehungen zu der Neumannschen Arbeit hinzuweisen, und möchte mir erlauben, dies heute in Kürze nachzuholen.

Bei mechanischer Beanspruchung bestehen folgende Gesetzmäßigkeiten. Eine kreisförmige Vollscheibe, die an ihrem Rande gleichmäßig verteilten radialen Druck- oder Zugkräften unterliegt, zeigt keinerlei Doppelbrechung, wenn man senkrecht durch sie hindurch sieht, ebenso wie ein dreidimensionaler Körper durch gleichmäßige Zusammendrückung nicht doppelbrechend wird. Eine Scheibe mit einem Loch dagegen, ein Kreisring, zeigt eine von innen nach außen abnehmende Doppelbrechung mit kreisförmigen Isochromaten, gleichviel ob der Innenrand oder der Außenrand gleichmäßig verteilten Druckkräften unterworfen wird; nur ist der Charakter der Doppelbrechung in den beiden Fällen entgegengesetzt. Ist andrerseits die kreisförmige Platte keiner mechanischen Beanspruchung unterworfen, besteht aber in ihr ein radiales Temperaturgefälle, so gelten nach F. Neumann folgende Gesetzmäßigkeiten. Bei einer Vollscheibe entsteht eine konzentrisch verteilte Doppelbrechung, deren Größe an jeder Stelle proportional ist dem Temperaturunterschied zwischen der Temperatur an der betrachteten Stelle und der Mitteltemperatur des von dieser Stelle aus nach innen zu gelegenen Teiles der Kreisscheibe. Die Doppelbrechung ist daher im Mittelpunkt null und hat in der ganzen Scheibe denselben Charakter. Ist das Temperaturgefälle von innen nach außen gerichtet, so ist die Doppelbrechung von der gleichen Art wie bei einem von innen gedrückten Ringe (vgl. Fig. 2 und 3 der Tafel II meiner oben genannten Arbeit); bei umgekehrtem Temperaturgefälle von der Art eines von außen gedrückten Ringes (vgl. Fig. 4 und 5 derselben Tafel). Diese Beziehungen zu den mechanisch hervorgerufenen Erscheinungen dürften ohne weiteres verständlich sein; nur ist folgendes zu beachten. Wird der zentrale Teil einer Kreisscheibe erhitzt, so bewirkt die Ausdehnung der erhitzten Teile für die ganze äußere Umgebung eine Spannung in Gestalt

1) Arbeiten aus den Gebieten der Physik, Mathematik und Chemie. Festschrift S. 368—380. Braunschweig 1915.

1) F. Neumann, Abhdlg. d. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1841/1842. Gesammelte Werke, 3. Bd., S. 1—254. Vgl. auch Lord Rayleigh, Phil. Mag. I, 169—178, 1901; Scientific Papers, Vol. IV, p. 502—510.

eines radial nach außen wirkenden Druckes, die sich sofort auch da bemerkbar macht, wo noch gar keine Temperaturänderung eingetreten ist. Man nimmt das wahr, wenn man auf eine größere Spiegelglasplatte einen erhitzten Metallzylinder von nicht zu kleinem Durchmesser aufsetzt. Ich benutzte eine Spiegelglasscheibe von 6 mm Dicke und als Metallzylinder das 200 g-Stück eines Messinggewichtssatzes, das einen Durchmesser von 45,8 mm hatte. Wurde dies in einem Luftbade auf ca. 200° erhitzt, und auf die Glasplatte gelegt, so trat sofort die beschriebene Art der Doppelbrechung auch in weiterem Abstande von der Erhitzungsstelle auf. Erzeugt man dagegen ein nach innen gerichtetes Temperaturgefälle, indem man einen ebenso erhitzten dicken Metallring (innerer Durchmesser 50 mm, äußerer 68 mm, Dicke 13 mm) auf die Glasplatte aufsetzt, oder auch eine runde Glasplatte in den erhitzten Metallring hineinlegt, so können die durch die Erhitzung unter dem Ringe, bzw. am Rande der Scheibe entstehenden Spannungen nach innen zu keine Doppelbrechung bewirken, entsprechend dem Verhalten einer Vollscheibe, sondern die Erscheinungen der Doppelbrechung entwickeln sich nur allmählich in dem Maße, als das Temperaturgefälle in das Innere der Platte fortschreitet. Der Charakter dieser Doppelbrechung entspricht der durch äußeren Druck in einem Ringe hervorgerufenen. Außerhalb des Ringes entsteht natürlich wieder die einem inneren Druck entsprechende Doppelbrechung. Der Gegensatz beider gleichzeitig entstehenden Arten von Doppelbrechung läßt sich bei diesem Versuche mit dem heißen Ringe sehr schön demonstrieren. Hebt man den Ring auf, so liegt unter ihm eine neutrale Zone. Bei dem Versuche mit dem Messingzylinder dagegen, der erhitzt auf die Scheibe gelegt wurde, zeigte sich beim Abheben des Zylinders unter ihm die gleiche Art der Doppelbrechung, wie sie außen besteht, nach dem Zentrum hin auf Null abnehmend. Das Maximum der Doppelbrechung liegt in diesem Falle etwas außerhalb des Randes des Zylinders.

F. Neumann hat auch den Fall der radialen Temperaturverteilung in einem Ringe behandelt und gezeigt, daß in diesem Falle stets beide entgegengesetzte Arten von Doppelbrechung auftreten, durch eine neutrale Zone voneinander getrennt. Ist das Temperaturgefälle von innen nach außen gerichtet, so stehen die äußeren Teile unter dem Druck der stärker erwärmten inneren, und die innern unter dem Gegendruck der äußeren kälteren Teile, und umgekehrt bei einem von außen nach innen gerichteten Temperaturgefälle. Diese Erscheinungen lassen sich in ausgezeichneter Weise an den von mir bei meiner früheren Arbeit benutzten Glasringen beobachten. Ihre Maße sind: Dicke 9 mm, äußerer Durchmesser 50 mm, Durchmesser des inneren Loches 15,7 mm. Will man den von Neumann berechneten Fall des stationären Temperaturzustandes verwirklichen, so kann man, wie es Neumann getan hat, ein von den Dämpfen siedenden Wassers durchströmtes Rohr durch das Loch des Ringes hindurchstecken. Einfacher ist es, einen die Öffnung nahezu ausfüllenden Metallbolzen, nachdem man ihn auf etwa 200° erhitzt hat, in das Loch einzuführen. Man kann auf diese Weise sehr bequem beobachten, wie sich die Doppelbrechung von innen heraus entwickelt, wie sich die neutrale Zone ausbildet und sich allmählich noch etwas erweitert; sie erreichte bei meinen Versuchen einen Durchmesser von 23,5 mm. Besonders schön sind die Erscheinungen zu beobachten, wenn man sie nicht im linear polarisierten, sondern im zirkular polarisierten Felde (zwischen gekreuzten $\lambda/4$-Platten) betrachtet, weil hier das störende schwarze Achsenkreuz fortfällt. Ebenso läßt sich das umgekehrte Temperaturgefälle mit seinen Wirkungen beobachten, indem man den Glasring in den auf 200° erhitzten Metallring legt, der in der früheren Arbeit zur Erzeugung des äußeren Druckes verwandt worden war (s. Fig. 3 der genannten Arbeit). In sehr auffälliger und schöner Weise war die Entwicklung einer neutralen Zone auch zu beobachten, wenn man den auf 200° erhitzten Messingzylinder (das oben erwähnte 200 g-Stück) auf eine größere, mit einem Loch von 1 cm Durchmesser versehene Spiegelglasplatte so auflegte, daß das Loch von dem Zylinder zentral bedeckt wurde. Dann bildete sich außen wieder die einem nach außen gerichteten Druck entsprechende Doppelbrechung aus und erreichte ihr Maximum in einem Ringe vom Braun der ersten Ordnung, der den Rand des Zylinders im Abstande von einigen Millimetern umgab. Von hier aus nach innen zu nahm die Doppelbrechung wieder ab; beim Abheben des Zylinders zeigte sich im inneren Felde die neutrale Zone prachtvoll ausgebildet und umschloß ein Feld, in dem die Doppelbrechung vom entgegengesetzten Charakter bis zum Blau der zweiten Ordnung am Rande des Loches anwuchs.

Ich beschreibe schließlich noch den eigentümlichen Verlauf, den die Erscheinungen zeigen, wenn man auf die eben beschriebene größere Scheibe mit einem Loch den auf 200° erhitzten Metallring zentral zum Loche auflegt. Man könnte vielleicht erwarten, nach dem

oben Gesagten, daß in diesem Falle, in dem das Innere nicht mehr eine Vollscheibe ist, die Doppelbrechung im Innern sofort mit einem Maximum am Rande des Loches entstehen müßte, wie die äußere Doppelbrechung beim Aufsetzen des erhitzten Vollzylinders sofort auch in den entfernteren Teilen entstand. Allein die Erscheinung entwickelt sich zunächst nicht anders als bei einer Scheibe ohne Loch. Die Doppelbrechung schreitet vom Rande des heißen Ringes aus langsam nach innen fort. Aber nach längerer Zeit, nachdem sich die Spannungsdifferenzen schon erheblich ausgeglichen haben, entwickelt sich am Rande des Loches ein Maximum der Doppelbrechung; es ist nur noch schwach, Weiß der ersten Ordnung, aber ganz deutlich, und hat den Charakter der einem äußeren Druck entsprechenden Doppelbrechung, wie sie von Anfang an im Innern bestanden hatte. Hebt man den Ring dann ab, so sieht man an seiner Stelle die neutrale Zone; von ihr aus wächst die Doppelbrechung der einen Art nach innen zu bis zum Loch, während nach außen zu die Doppelbrechung der anderen Art ansteigt zu einem auch nur noch schwachen Maximum und weiterhin wieder abfällt. Die Erscheinung war dadurch auffallend und zunächst irreführend, weil die allmähliche Ausbildung des inneren Maximums am Lochrande vorübergehend zu einem Zustande führte, bei dem zwischen dem Lochrande und dem inneren Rande des heißen Metallzylinders ein schwaches Minimum der Doppelbrechung lag in Gestalt eines verwaschenen dunklen Ringes, der wie eine zweite neutrale Zone erschien, bis die Untersuchung des Vorzeichens der Doppelbrechung ergab, daß es sich um eine Doppelbrechung von beiderseits gleichem Charakter handelte.

Gießen, 6. Dezember 1924.

(Eingegangen 8. Dezember 1924.)

Über die dynamische Zündspannung der Glimmentladung.

Von E. Mauz und R. Seeliger.

Man bezeichnet als Zündspannung einer Glimmentladung die kleinste Spannungsdifferenz zwischen den Elektroden, bei der die Entladung noch zündet und als minimale Brennspannung oder Löschspannung die kleinste Spannungsdifferenz, bis zu der herab die Entladung noch brennend erhalten werden kann. Über die Löschspannung ist man im Fall quasistatischer Änderungen von äußerer E.M.K. und Vorschaltwiderstand durch die bekannten Stabilitätsbetrachtungen unterrichtet und kann durch Übergang zur dynamischen Charakteristik auch für zeitlich rasch veränderliche Zustände die Sachlage wenigstens qualitativ übersehen. Ähnliche allgemeine Überlegungen für die Zündspannung sind uns nicht bekannt und auch die wenigen experimentellen Untersuchungen[1]) über ihre Abhängigkeit von den Versuchsbedingungen sind noch recht lückenhaft und zum Teil widerspruchsvoll. Einen Beitrag zur Klärung der hier in Betracht kommenden allgemeinen Fragen zu liefern, soll der Zweck der vorliegenden Mitteilung sein. Wir müssen uns dabei zum Teil mit einer programmatischen Skizzierung begnügen, hoffen aber später auf Grund eines ausgedehnteren Versuchsmaterials uns nochmals eingehender mit diesen Dingen beschäftigen zu können. Der Notgemeinschaft haben wir zu danken für die Überlassung einer großen Hochspannungsbatterie und der Meßgeräte, der Studiengesellschaft für elektrische Beleuchtung für die Herstellung der benutzten Entladungsröhren.

1. Da sich die Entladung bei der Zündung aus dem ungestörten zwischen den Elektroden liegenden Feld entwickelt, liegt die Vermutung nahe, daß die Zündspannung die Bedeutung einer nur für die Entladungsröhre charakteristischen Größe habe. Daß dies tatsächlich im allgemeinen nicht zutrifft, sondern daß die Zündspannung nicht nur von Eigenschaften der Entladungsröhre, sondern auch noch von gewissen Eigenschaften des äußeren Stromkreises abhängt, hat nach unserer Auffassung im folgenden seinen Grund. Die Zündung ist ein wesentlich statistischer Vorgang, in dem Sinn, daß eine bestimmte Spannungsdifferenz $V = V_z$ der Elektroden nicht genügt, sondern daß dazu noch ein zweiter günstiger Umstand treten muß, den man sich physikalisch etwa gegeben zu denken hat durch die Gegenwart einer Mindestzahl von primären Ladungsträgern an geeigneten Stellen des Entladungsraumes. Um eine kurze Ausdrucksweise zu haben, wollen wir dies so darstellen, daß der Zustand der Entladungsröhre unmittelbar vor der Zündung in einem günstigen Zustandsbereich G liegen muß. G hängt ab von der Größe der angelegten Spannung und in gewissem Umfang von der Vorgeschichte der Entladungsstrecke; vor allem aber ist der Zu-

1) Neben einer sehr sorgfältigen Untersuchung von Palm, Zeitschr. f. techn. Phys. **4**, 233, 258, 1924 sind aus letzter Zeit nur zu nennen die Arbeiten von Hulburt, Phys. Rev. **20**, 127, 1922; Gutton, Mitra u. Vlostalö, C. R. **176**, 1871, 1923; Brockband u. Ryall, Elektrician **90**, 4, 1923.

stand einer Entladungsröhre nicht immer in G, sondern er schwankt zeitlich um diesen günstigen Bereich. Damit ist nun sofort ersichtlich, daß im allgemeinen immer dann, wenn die zwischen den Elektroden liegende Spannungsdifferenz V nicht zeitlich konstant ist, der Mittelwert der beobachteten Zündspannungen eine Abhängigkeit von dem zeitlichen Verlauf von $V(t)$ zeigen wird, d. h. daß die Zündspannung abhängig sein wird vom äußeren Stromkreis. Der einfachste Fall ist der, daß V monoton und im Vergleich zu den Zustandsschwankungen der Entladungsröhre sehr langsam ansteigt. Dann wird man stets dieselbe Zündspannung $V = V_s$ finden und diese als eine nur für die Entladungsstrecke charakteristische Größe bezeichnen können; wir nennen sie die „statische Zündspannung V_s". Ein zweiter wichtiger Fall ist der, daß V bis zur Zeit $t = 0$ den Wert Null hat und dann plötzlich auf einen Wert V_0 springt; er gibt Gelegenheit, die obigen allgemeinen Überlegungen besonders einfach zu veranschaulichen und den wichtigen Begriff der Zündverzögerung zu erkennen. Wenn nämlich V auf V_0 gesprungen ist, setzt nicht sogleich — auch nicht für $V_0 > V_s$ — die Zündung ein, sondern es dauert eine gewisse Zeit Δt, bis dies geschieht. Δt hängt ab von V, und zwar in der in Fig. 1 a schematisch

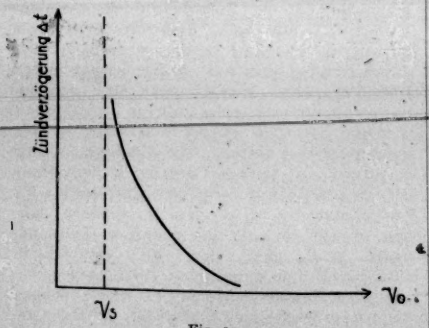


Fig. 1 a.

gezeichneten Art; für $V_0 >> V_s$ geht es gegen 0, für $V_0 = V_s$ (= statische Zündspannung) geht es gegen unendlich. Vor allem aber ist Δt selbst ein Mittelwert aus statistisch verteilten Verzögerungszeiten. Die Art der Verteilung hängt ebenfalls ab von V_0 und zwar in der in Fig. 1 b skizzierten Weise ($V_0 = V_1 > V_2 > V_3$).

Verwickelter wird die Sachlage, wenn die Spannung zwar monoton, jedoch mit endlicher Geschwindigkeit ansteigt; wir nennen eine solche Spannung „Gleitspannung" und die Anstiegsteilheit dV/dt die „Gleitgeschwindigkeit".

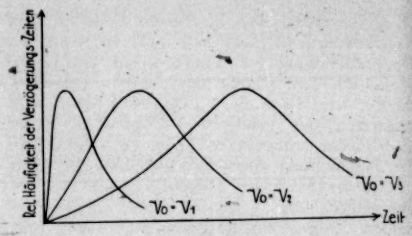


Fig. 1 b.

Die Zündverzögerung wird dann in leicht ersichtlicher Weise bewirken, daß die Spannung über den Wert der statischen Zündspannung hinausschießt, ehe Zündung erfolgt, und zwar um so mehr, je größer die Gleitgeschwindigkeit ist, d. h. die beobachtete mittlere Zündspannung wird zunehmen mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit. Bei gegebener Gleitspannung $V(t)$ läßt sich aus Verteilungskurven der Art von Fig. 1 b die mittlere Zündspannung leicht berechnen. In Wirklichkeit werden jedoch die Verhältnisse vermutlich dadurch noch verwickelter, daß infolge einer Entionisierung der Gasstrecke durch das vor der Zündung zwischen den Elektroden liegende Feld die Verteilungskurven geändert werden, d. h. daß die Verteilungskurven ihrerseits von dem zeitlichen Verlauf von $V(t)$ abhängen. Benutzt man endlich zum Betrieb der Entladungsröhre keine monoton steigende Spannung, sondern eine Wechselspannung oder eine intermittierende Gleichspannung, so werden nur für die erste Zündung die bisherigen Überlegungen gelten. Für die folgenden „Wiederzündungen" aber ist die Sachlage gegenüber einer „Erstzündung" insofern prinzipiell verändert, als die Gasstrecke nicht mehr im ursprünglichen Zustand ist, sondern insofern als Ladungsrückstände aus den vorhergehenden Brennperioden vorhanden sein können. Sind die Löschpausen spannungsfrei, so verschwinden diese Ladungsrückstände spontan durch Rekombination und Diffusion, andernfalls kommt dazu noch eine Entionisierung durch das Feld. Man hat also zu unterscheiden a) die Erstzündungen, die von der Gleitgeschwindigkeit abhängen; b) die Wiederzündungen, die sich für hinreichend große Pausenzeiten wie Erstzündungen verhalten, mit abnehmender Pausenzeit, d. h. zunehmender Frequenz, jedoch von diesen mehr und mehr abweichen. Für hinreichend große Frequenz nähert sich die Wiederzündspannung der minimalen Brennspannung V_s der einzelnen Teilentladung, kann also sogar unter die statische Zündspannung sin-

ken[1]); c) die minimale Brennspannung der einzelnen Teilentladung und endlich d) die minimale Brennspannung der ganzen Wechselstromentladung (d. h. die kleinste Scheitelspannung, bis zu der herab die Wechselstromentladung noch brennt), die für kleine Frequenzen gleich der Erstzündspannung, für große gleich der Wiederzündspannung ist.

2. Die folgenden Versuche sollen dies wenigstens qualitativ zeigen. Orientierende Messungen hatten ergeben, daß die Zündverzögerung bei Entladungsröhren der gewöhnlichen Form, bei denen die Entladung von den Glaswänden des Rohres nicht ferngehalten ist, sehr erhebliche Werte erreichen kann[2]). Für ein zylindrisches Rohr mit axialen Stabelektroden, gefüllt mit einem Neon-Heliumgemisch von 10 mm Druck und vor der Füllung einige Stunden bei 340° gepumpt, gibt Fig. 2 die Mittelwerte Δt der Verzögerungszeiten in Abhängigkeit von der zur Zeit Null plötzlich angelegten Spannung V_0 (abgeleitet aus je 10 Einzelmessungen). Die Streuung der Einzelwerte ist ebenfalls sehr groß, wie dies die folgende Übersicht zeigt:

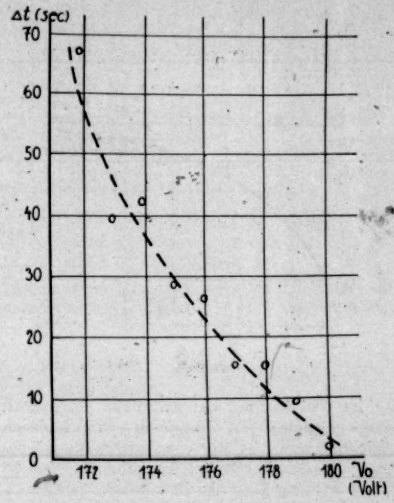


Fig. 2.

V_0 (Volt)	180	179	178	177	176	175	174	173	172
Streuung in sec	0—6	2—31	3—26	2—40	8—60	4—75	28—40	18—74	20—140
ΔT (sec)	2,2	9,7	15,3	15,5	26,7	28,7	42,9	39,2	67,8

Außerdem ist eine solche ungeschützte Röhre sehr empfindlich gegen alle elektrostatischen Beeinflussungen von außen. Offenbar kommen nicht nur die Vorgänge im freien Gasraum für die Zündung in Betracht, sondern auch die Ausbildung von Wandladungen, die das Feld verzerren und primäre Ladungsträger schlucken. Schützt man die Rohrwände durch metallische Belegungen vor der Berührung mit der Entladung, so werden die Zündverzögerungen sehr viel kleiner, z. B. in Röhren, deren Elektroden aus koaxialen Zylindern bestehen so klein, daß sie sich der unmittelbaren Messung entziehen und sich dann nur noch durch die Abhängigkeit der Zündspannung von der Gleitgeschwindigkeit verraten. Ob die günstige Form des Entladungsraumes bei diesen Röhren, bei denen alle primären Ladungsträger von den Elektroden abgefangen werden und an der Zündung mitwirken können, oder ob die Verhinderung von Wandladungen die Wahrscheinlichkeit einer Zündung so sehr erhöht, muß noch dahingestellt bleiben.

Es wurden demgemäß Röhren mit konzentrischen Elektroden benutzt. Die Anode bildete ein Eisendraht von ca 0,3 cm Dicke, die Kathode bestand aus einem koaxialen Zylinder aus Eisenblech von 2 cm Weite. Die Länge der Röhre betrug 15 cm. Als Füllung diente ein Neon-Heliumgemisch von 10 mm Druck. Wünschenswert wäre natürlich eine systematische Untersuchung für verschiedene Röhrenformen, Elektrodenmetalle und Gase. (Abhängigkeit vom Reinheitsgrad.) Wenn wir hier auch nur einen Einzelfall untersucht haben, glauben wir doch, daß er als typische Illustration zu den allgemeinen Überlegungen von Abschn. 1 von Bedeutung ist, insbesondere auch, weil gerade Edelgasentladungen bei allen Anwendungen eine ausgezeichnete Stellung einnehmen.

Zur Erzeugung der periodischen Zündungen wurde die Gasstrecke selbst verwendet, indem ihr eine veränderliche Kapazität parallel geschaltet und die Stromzufuhr durch einen hohen Widerstand gedrosselt wurde[1]). Die Frequenz der Zündungen ließ sich durch Ändern der Kapazität sowie durch verschieden große Widerstände regeln. Um die Spannungsgleitgeschwindigkeit zu ändern, wurde die Spannung E der Stromquelle verschieden hoch gewählt. Die schematischen Figuren 3 a und 3 b erläutern dies für eine bestimmte Zündfrequenz,

1) Vgl. R. Seeliger, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 20, 373. 1923.
2) Vgl. dazu auch Palm, l. c.

1) W. Schallreuter, Sammlung Vieweg, Heft 66, 1923.

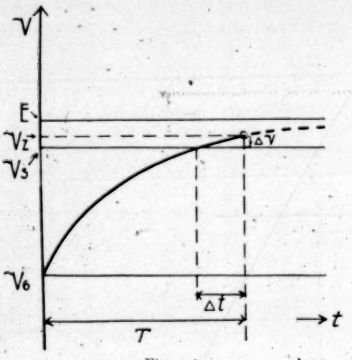


Fig. 3a.

die im Hinblick auf die Kürze der Entladezeit (Brennperiode) im Vergleich zur Ladezeit gleichbedeutend ist mit einer konstanten Löschpause T. Bei Fig. 3a ist die Batteriespannung E nur wenig größer als die statische Zündspannung V_z. Die den Spannungsanstieg darstellende Exponentialkurve zeigt infolgedessen im Gebiet der Zündwerte nur geringe Gleitgeschwindigkeit: Die Überspannung $\Delta V = V_z - V_s$ fällt trotz merklicher Zündverzögerung klein aus. Wird die Batteriespannung E höher gewählt, so ergibt sich gemäß Fig. 3b für den Spannungsverlauf im Gebiet der Zündwerte eine größere Gleitgeschwindigkeit; im Grenzfall erhält man für hohe Batteriespannungen denjenigen Gleitwert, der einem linearen Spannungsanstieg zwischen der minimalen Brennspannung V_l (Löschspannung) und der Zündspannung V_z entspricht.

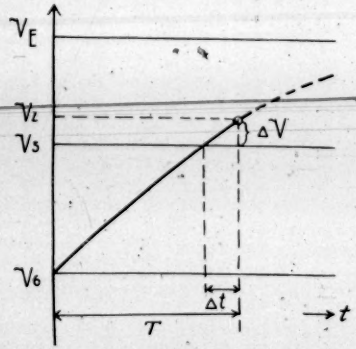


Fig. 3b.

Die verwendete Schaltung zeigt Fig. 4. GR ist die Glimmentladungsröhre, C der dazu parallel geschaltete Kondensator (bis 0,002 μF Drehplattenluftkondensator, bis 1 μF Glimmerkondensator). Die Spannung für die Glimmröhre wurde von einer Hochspannungs-Akkumulatorenbatterie Ba geliefert, wodurch eine reine Gleichspannung gewährleistet war. In der Zuleitung befand sich ein Silitwiderstand R von $3 \cdot 10^5$ bzw. $3 \cdot 10^6$ Ohm. Parallel zur Röhre lag die Wechselstrom-Kompensationsschaltung zur Messung der Zündspannung, bestehend aus einer Verstärkerröhre VR in Ventilschaltung (Gitter und Anode verbunden), dem Galvanometer G, dem Spannungssteiler

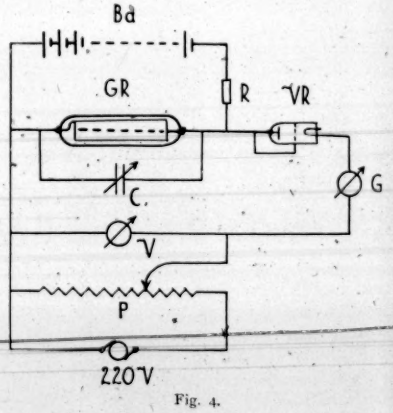


Fig. 4.

P und dem Voltmeter V. Die Spannung für den Spannungsteiler wurde dem Netz (220 V.) entnommen.

Als Voltmeter wurde ein 10 Ohm-Instrument von Siemens & Halske mit dem entsprechenden Vorschaltwiderstand verwendet. Zur Messung der Zündspannung wurde die Gegenspannung am Spannungsteiler solange verringert, bis die maximale Spannung an der Glimmröhre eben einen Strom durch das Ventil bewirkte. Die Zündfrequenz wurde im Hörbereich mit einem Telephon durch Vergleich mit Stimmgabeln, für niedere Frequenzen durch Abzählen bestimmt.

Die Ergebnisse einer ausgewählten Versuchsreihe zeigt Fig. 5, in welcher die Abhängigkeit der Zündspannung V von der Frequenz der Zündungen für verschiedene Batteriespannungen E aufgetragen ist. Die statische Zündspannung betrug 143 Volt, die minimale Brennspannung 125 Volt. Allen Kurven ist

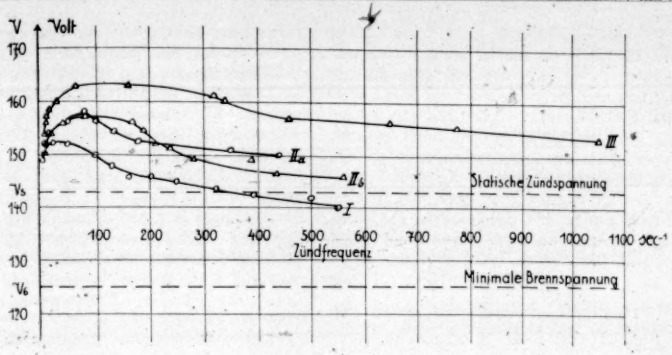


Fig. 5.

Batteriespannung E. Widerstand R.
Kurve I 158 Volt ○ $3 \cdot 10^3$ Ohm
„ IIa) 208 „
„ IIb) ∫
„ III 254 „ ∫ $3 \cdot 10^6$ „

gemeinsam, daß die Zündspannung für langsame Zündfolge zunächst zunimmt. Wir sehen darin den Einfluß der Zündverzögerung, demzufolge die gleitende Spannung über den Betrag der statischen Zündspannung hinauswächst. Bei einer Zündfolge von etwa 80 Zündungen in der Sekunde beginnen die Kurven umzubiegen und zeigen im untersuchten Frequenzgebiet eine stetige Abnahme der dynamischen Zündspannung, die wir dem überwiegenden Einfluß der Ionenrückstände zuschreiben. Es wäre zu erwarten, daß bei weitergehender Verringerung der Löschpausen die dynamische Zündspannung sich dem Wert der minimalen Brennspannung nähert. Da jedoch mit der verwendeten Glimmröhre sich Frequenzen von höchstens 10^3 sec^{-1} erreichen ließen, konnte dieser Effekt nicht beobachtet werden; immerhin unterschreitet Kurve I den Wert der statischen Zündspannung.

Im einzelnen sollen die Kurven den Einfluß der Spannungs-Gleitgeschwindigkeit dartun. Es betrug die Batteriespannung E bei Kurve I 158 Volt, bei den Kurven II 208 Volt und bei Kurve III 254 Volt. Wie erwartet liegen die Zündspannungen für eine bestimmte Zündfrequenz um so höher, je rascher der Anstieg der Spannung im Bereich der Zündung erfolgt. Die Kurven IIa und IIb unterscheiden sich durch verschieden hohe Vorschaltwiderstände; bei Kurve IIa betrug der Widerstand R etwa $3 \cdot 10^3$ Ohm, bei Kurve IIb etwa $3 \cdot 10^6$ Ohm. Da für die Zündfrequenz das Produkt $C \cdot R$ maßgebend ist, bedingt für eine konstant gehaltene Frequenz ein höherer Widerstand einen kleineren Kapazitätswert und damit eine geringere Strommenge für die Einzelentladung. Die Unterschiede der beiden Kurven IIa und IIb liegen jedoch im Bereich der Unsicherheit derartiger Messungen bei Gasentladungen, ein merklicher Einfluß der Stärke der Einzelentladung auf die Höhe der Wiederzündspannung liegt daher nicht vor.

Zusammenfassung. Im ersten Teil vorliegender Mitteilung werden allgemeine Überlegungen zur Theorie des Zündvorganges in einer Entladungsröhre angestellt. Aus der Auffassung der Zündung als ein statistischer Vorgang ergibt sich, daß die Zündspannung im allgemeinen nicht nur von Eigenschaften der Entladungsröhre selbst abhängt, sondern auch von dem zeitlichen Verlauf der an der Röhre liegenden Spannung. Einige spezielle Fälle werden zur Erläuterung diskutiert. Im zweiten Teil werden Messungen der Zündspannung einer pulsierenden Entladung beschrieben und gezeigt, daß die Abhängigkeit der dynamischen Zündspannung von der Frequenz den theoretisch erwarteten Verlauf zeigt.

Greifswald, Anfang Dezember 1924.

(Eingegangen 10. November 1924.)

Magnetisierungszahlen seltener Erden.

Von Stefan Meyer.

Es werden neuere Bestimmungen für die Magnetisierungszahlen der seltenen Erden mitgeteilt und es wird auf deren Bedeutung für die Zuordnung der Elektronenbahnen im Bohrschen Modell hingewiesen.

Seit der Entdeckung der ungewöhnlichen magnetischen Eigenschaften der seltenen Erden

(1899[1])) habe ich durch die Freundlichkeit C. Auer-Welsbachs immer wieder Gelegenheit gehabt deren Magnetisierungszahlen zu messen und habe darüber wiederholt berichtet[2]). Im Jahre 1902 konnte ich darauf hinweisen, daß es sich hierbei nicht um eine einfache Periode zwischen den Elementnummern 57 und 72, nach heutiger Bezeichnung, handeln könne, sondern bei Samarium (62) sich viel niedrigere Werte finden als bei Neodym (60) und Europium (63), also ein Minimum in der Gegend der Elemente (61, 62) zu erwarten wäre.

Zu Beginn des Jahres 1924 habe ich den Interessenten, speziell dem Bohrschen Institut in Kopenhagen, bekanntgegeben, daß sowohl Cassiopeium (71) als Hafnium (72) diamagnetisch sind, und zwar bezog sich erstere Angabe auf *Cp*-Präparate von 1915 und 1924. Das *Cp* des Jahres 1908 hatte ich noch paramagnetisch erhalten — es war also noch nicht ganz rein. Ebenso hatte bald darauf G. Urbain[3]) an seinen Präparaten (71) einen sogar noch etwas höheren Paramagnetismus bekommen und auch das von ihm signalisierte Element „Celtium" war von ihm noch deutlich paramagnetisch gefunden worden, woraus wir abgesehen von allen anderen Gründen schließen dürfen, daß es mit dem von G. v. Hevesy und D. Coster in Kopenhagen entdeckten und rein dargestellten Hafnium nicht identisch sein kann.

Die Beziehungen zu den Elektronenanordnungen der Elemente 57—72 nach den Anschauungen von Niels Bohr lassen es erwünscht erscheinen, Mitteilung von neueren Bestimmungen der bezüglichen Magnetisierungszahlen zu machen. Dabei trifft es sich sehr gut, daß, wie ich aus einem freundlichen Briefe B. Cabreras entnehmen konnte, von diesem Meister der magnetischen Messungen gerade jetzt auch Neubestimmungen vorliegen, die, wie sich aus dem Folgenden ergibt, meine Zahlen sehr gut bestätigen.

Die Methode, nach der meine Messungen vorgenommen wurden, war eine ganz einfache. Ein zylindrisches Glasgefäß mit Glasstöpsel verschließbar, vom lichten Querschnitt 0,126 cm², aufgehängt an unmagnetischem Material hing an der einen Seite einer eisenfreien Wage[4]) mit seinem unteren Ende in ein starkes Magnetfeld (ca 10000 Gauß). Es wurde zuerst der sehr geringe magnetische Zug bzw. Druck auf das lufterfüllte sonst leere Gläschen bestimmt, dann das Material als Pulver oder in Form kleiner trockener Kriställchen eingebracht und der Zug in bekannter Weise bei Zimmertemperatur gemessen. Dies kann mit relativ kleinen Substanzmengen durchgeführt werden, ohne das kostbare Material irgendwie zu verändern. Andere Korrekturen als die bezüglich des leeren Gefäßes wurden nicht vorgenommen, da die erwähnte Art der inhomogenen Füllung des Zylinders durch kleine Körner an sich weitergehende Präzisionsmessungen nicht gestattet und daneben Korrekturen wegen der verdrängten Luft oder kleiner Temperaturschwankungen nicht ins Gewicht fallen.

Die nachstehenden Angaben sind alle im Vergleich mit Quecksilber gewonnen. Es ist die Suszeptibilität (Magnetisierungszahl pro Volumseinheit $\varkappa = 2gp/\mathfrak{H}^2 q$, worin $g = 981$ cm/sec²; q = Querschnitt = 0,126 cm²; p = unmittelbar an der Wage abgelesener Wert; $\mathfrak{H}$ = magnetische Feldstärke bedeuten. Dabei ist natürlich ein unendlich langer Zylinder vorausgesetzt; wegen des Quadrates von $\mathfrak{H}$ genügen praktisch bei der gewählten Stellung schon 30—40 mm. Für noch geringere Füllhöhen wird, entsprechend Messungen mit gleich hoch eingefülltem *Hg*, eine Reduktion durchgeführt. χ ist die Magnetisierungszahl pro Masseneinheit $= \varkappa/\varrho$. Für die „Dichte" ϱ ist dabei die scheinbare Dichte, d. h. Raumerfüllung des mehr minder lockeren Pulvers samt der Luftzwischenräume einzuführen. k ist die Magnetisierungszahl pro Mol (oder Gramatom) im Liter. Für Quecksilber sind bei 18°C

$$\varkappa = -2{,}05 \cdot 10^{-6}; \quad \chi = -0{,}151 \cdot 10^{-6}; \quad k = -0{,}0303 \cdot 10^{-6}$$

gewählt.

Die Resultate beziehen sich für *Pr* und *Nd* auf Sulfate der Form $M_2(SO_4)_3 + 8\,H_2O$, wasserfreie Sulfate, Oxalate und Oxyde; für *Sm, Eu, Gd, Dy, Ho, Er, Yb* (Aldebaranium), *Cp* sowie Yttrium (39), das nur nebenbei erwähnt wird, auf Sulfate mit 8 Kristallwassern. *Tb* und *Tu* lagen mir als Oxyde vor. Alle diese Materialien waren reinste Produkte C. Auer-Welsbachs. Zirkonfreies Hafniumoxyd verdanke ich G. v. Hevesy; hafniumfreies Zirkon aus Hevesys Material erhielt ich von O. Hönigschmid und verwandelte es ebenfalls in Oxyd. Der Wert für Zirkon ist nur zum Vergleich mit *Hf* angeführt.

Bei den folgenden Werten ist auf die unbzw. schwach-magnetischen anderen Komponenten neben der Magnetisierungszahl der Elemente der seltenen Erden keine Rücksicht genommen, was natürlich nur mit erster An-

1) Wien. Ber. (IIa), **108**, 861, 1899.
2) Wien. Ber. (IIa), **109**, 403, 1900; **110**, 541, 1901; **111**, 38, 1902; **117**, 995, 1908.
3) G. Urbain, C. R. **146**, 922, 1908; **152**, 141, 1911.
4) Wien. Ber. (IIa), **108**, 171, 861, 1899; **109**, 284, 400, 1900; **110**, 541, 1901; **111**, 38, 1902; **113**, 1007, 1904; **117**, 995, 1908.

näherung statthaft ist, und die Angaben beziehen sich auf das Atom. Der gleiche Vorgang ist auch für die diamagnetischen Elemente *Cp*, *Hf*, *Zr* eingehalten, obwohl derartige Angaben hier ohne Rücksicht auf die anderen Bestandteile des Moleküls nur von problematischer Bedeutung sind. Doch handelt es sich im vorliegenden Falle wesentlich um die Feststellung des magnetischen Charakters und den Vergleich mit verwandten anderen Elementen und in diesem Sinne bleiben die angeführten Daten von illustrativem Werte.

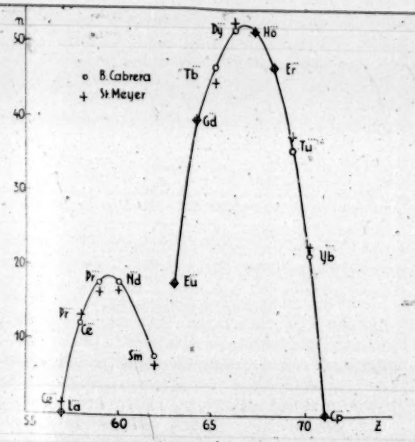
Nr.	(58)	(59)	59	60	61	62	63	64	65	66
	Ce(IV)	*Pr*(IV)	*Pr*(III)	*Nd*(III)	—	*Sm*(III)	*Eu*(III)	*Gd*(III)	*Tb*(III)	*Dy*(III)
$k \cdot 10^6 =$	0,01	3,3	5,2	5,3	—	0,87	5,6	28,2	35	48,8

Nr.	67	68	69	70	71	72	39	40
	Ho(III)	*Er*(III)	*Tu*(III)	*Yb*(*Ad*) (III)	*Cp*(III)	*Hf*(IV)	*Y*(III)	*Zr*(III)
$k \cdot 10^6 =$	47,5	58,2	24,5	8,8	— 0,037	— 0,023	0,062	— 0,014

B. Cabrera dem ich im Juli 1924 meine Zahlen brieflich mitgeteilt hatte, war so freundlich mir im September seine Ergebnisse bekanntzugeben. Er wählt hierfür die Darstellung in Weißschen Magnetonen und setzt deren Zahl $n = 7{,}58 \sqrt{k \cdot 10^6}$. Für die diamagnetischen Substanzen sei hier einfach ohne Zahlenwerte „dia“ angeschrieben.

Nr.	57	(58)	58	(59)	59	60	61	62	63
	La(III)	*Ce*(IV)	*Ce*(III)	*Pr*(IV)	*Pr*(III)	*Nd*(III)	—	*Sm*(III)	*Eu*(III)
B. Cabrera	—	—	11,42	—	17,79	18,00	—	8,02	17,94
St. Meyer	dia	0,8	—	13,8	17,3	17,45	—	7,05	17,96
	64	65	66	67	68	69	70	71	—
	Gd	*Tb*	*Dy*	*Ho*	*Er*	*Tu*	*Yb*	*Cp*	*Hf*
B. Cabrera	40,03	47,14	52,18	52,02	46,96	35,64	21,85	—	—
St. Meyer	40,2	44,8	53,0	51,9	46,7	37,5	22,5	dia	dia

Es erscheint bemerkenswert, daß meine einfache Meßmethodik schon so gute Werte lieferte, die sich mit denen B. Cabreras vergleichen



lassen; bei mangelnder Übereinstimmung ist aber den Angaben Cabreras der Vorzug zu geben. Dies gilt besonders für *Tb* und *Tu*, die ich nur als Oxyde maß, während Cabrera auch diese Substanzen als wohldefinierte Sulfate untersuchte. Nach seiner Darstellung ergibt sich der nachstehende Kurvenzug.

Spuren von vierwertigen Oxyden beigemischt dreiwertigem Tb_2O_3 sollte dementsprechend die Magnetisierungszahl erniedrigen; bei Tu_2O_3 hingegen erhöhen, was die größten Unterschiede aufklären könnte. Letzteres war weiß, ersteres hingegen dunkelbraun gefärbt, d. h. hier wohl die Oxydationsstufe nicht scharf definiert. Kleine Unterschiede sind überdies bei verschiedenen Verbindungen nicht unerwartet.

Bekanntlich ist die Elektronenzuordnung für die Elemente Nr. 60—70 noch nicht völlig entschieden.

Schale:		*K*	*L*	*M*	*N*	*O*	*P*
Nr.: 57	*La*	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4 1	2
58	*Ce*	2	4 4	6 6 6	6 6 6 1	4 4 1	2
59	*Pr*	2	4 4	6 6 6	6 6 6 2	4 4 1	2
60	*Nd*	2	4 4	6 6 6	. . . .	. . .	.
..	....	.	. .	. . .	. . . .	. . .	.
70	*Yb*	2	4 4	6 6 6	. . . .	. . .	.
71	*Cp*	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	4 4 1	2
72	*Hf*	2	4 4	6 6 6	8 8 8 8	4 4 2	2

Lanthan mit seinen voll ausgebildeten symmetrischen 6 6 6 Gruppen der *M* und *N* Schalen, ebenso wie *Cp* und *Hf* mit den bereits voll hergestellten 8 8 8 8 Anordnungen der *N*-Schale waren nach N. Bohrs Auffassungen als nicht paramagnetisch zu erwarten, was durch meine Messungen vollauf bestätigt wird.

Beachtenswert scheint mir das praktisch gleiche Verhalten von dreiwertigen *Pr* und *Nd* sowie *Dy* und *Ho* und der nahe symmetrische Auf- und Abbau um diese Maxima; weiter die gute Einordnung der Werte für die vierwertigen Praseodym- und Cerzahlen, indem nämlich *Pr*(IV) und *Ce*(III), sowie *Ce*(IV) und *La*(III) nahe gleichen Magnetismus zeigen. Schon 1915 hatte ich darauf hingewiesen, daß die magnetischen Eigenschaften im allgemeinen nicht den Valenzelektronen der äußersten Elektronenbahnen zuzuschreiben seien, sondern in einer weiter innen gelegenen Schale zu suchen wären, ein Gedankengang, den präziser R. Ladenburg durchgeführt hat. Die oben erwähnte nahe, wenn nicht völlige, Gleichheit für *Pr*(IV) und *Ce*(III), sowie *Ce*(III) und *La*(III) lassen darauf schließen, daß das vierte Valenzelektron der *N*-Schale entstammt, etwa, wenn die eingeringten Zahlen die Valenzelektronen bedeuten:

La(III)	2	4 4	6 6 6	6 6 6	4 4 (1)	(2)
Ce(IV)	2	4 4	6 6 6	6 6 6 (1)	4 4 (1)	(2)
Ce(III)	2	4 4	6 6 6	6 6 6 1	4 4 (1)	(2)
Pr(IV)	2	4 4	6 6 6	6 6 6 [1 + (1)]	4 4 (1)	(2)
Pr(III)	2	4 4	6 6 6	6 6 6 2	4 4 (1)	(2)

Bei *Nd*(III), dessen Magnetismus nahe gleich dem von *Pr*(III) ist, wäre wohl dann eher in der *N*-Schale das Anwachsen bei 6 als bei 2 zu denken.

Der Verlockung aus dem magnetischen Verhalten weitere spekulative Zuordnungen vorzunehmen, will ich widerstehen und dies berufeneren Forschern auf dem Gebiete des Atombaues überlassen.

Betreffs des Praseodyms möchte ich jedoch auf eine Unstimmigkeit hinweisen. Ältere Angaben von mir und anderen Forschern hatten an einigen Praseodymverbindungen, die als dreiwertig galten, Magnetisierungszahlen erhalten, die nahe gleich sind der nunmehr für die vierwertigen festgestellten, d. h. im runden Verhältnis 3 : 5 kleiner. Es ist natürlich naheliegend anzunehmen, daß die seinerzeit untersuchten Präparate nicht hinreichend definiert waren, was speziell für die hygroskopischen Chloride oder Nitrate zutreffen kann. Immerhin kann man auch gerade bei den seltenen Erden einem anderen Gedanken Raum geben. Es ist sehr auffallend, daß im N. Bohrschen Elementenaufbau die Elektronenanordnung zu einer gegebenen positiven Kernladung bis hinauf zu den größten Zahlen ganz eindeutig bestimmt sein soll, bzw. daß eine Wahrscheinlichkeit der Bahnformen alle anderen Wahrscheinlichkeiten offenbar enorm übersteigt, so daß praktisch nur eine Form zustande kommt. Es wäre prinzipiell denkbar, daß gerade in der betrachteten Elementengruppe die Wahrscheinlichkeit einer zweiten Anordung (oder sogar von mehr) daneben nicht so verschwindend klein wäre. Dann würden sich Stoffe finden, die voneinander sich durch Atomgewicht und Kernladung nicht unterscheiden (Isotope höherer Ordnung), aber etwa in der Anordnung der Elektronen in der *N*- oder *O*-Schale. Sie könnten Unterschiede in der Magnetisierungszahl und vielleicht der Farbe von Verbindungen, ja sogar kleine Differenzen im chemischen Verhalten aufweisen. So könnte vielleicht Platz gefunden werden für einige der von dem größten Forscher auf dem Gebiete der Chemie der seltenen Erden, Auer-Welsbach, signalisierten Stoffe, für die eine Unterbringungsmöglichkeit im periodischen System derzeit zu fehlen scheint, deren Existenzmöglichkeit aber nicht leichthin bloß deshalb, weil keine Ordnungszahl für sie frei ist, geleugnet zu werden braucht. Das genauere Studium der Röntgenspektren in jenen Schalen, sowie weitere magnetische Untersuchungen bleiben in diesem Sinne abzuwarten.

(Eingegangen 26. November 1924.)

Beitrag zur Theorie schnell veränderlicher elektromagnetischer Vorgänge an linearen Leitern.

Von R. Schachenmeier (Berlin).

§ 1. Problemstellung.

Schnell veränderliche elektromagnetische Vorgänge an Drähten haben in neuer Zeit große technische Bedeutung erlangt infolge der Störungen, welche Sprungwellen und andere nicht stationäre Vorgänge in Hochspannungsnetzen, Transformatoren usw. hervorrufen können.

In den meisten Fällen reichen zu deren Untersuchung die bekannten, bereits von Kirchhoff aufgestellten Kabelgleichungen aus. Es gibt jedoch Erscheinungen, welche diese Gleichungen nur unvollkommen beschreiben. Genauen Einblick können nur die Feldgleichungen selbst gewähren.

1) Mitt. d. Ra.-Inst. Nr. 77; Wien. Ber. (IIa), **124**, 187, 1915; Elster-Geitel-Festschr. 146, 1915; Die Naturwiss. **8**, 284, 1920; R. Ladenburg, Die Naturwiss. **8**, 5, 1920; Zeitschr. f. Elektrochem. **26**, 262, 1920; Die Naturw. **12**, 248, 1924.

Da die Kabelgleichungen auf der Fernwirkungstheorie beruhen, so können sie die Wirkungen des Feldes nur durch passende Annahmen über Kapazität und Selbstinduktion bzw. gegenseitige Induktion berücksichtigen. Letztere werden infolge davon ihrer ursprünglich einwandfreien (statischen bzw. quasistationären) Definition beraubt, was sich im allgemeinen dadurch zu erkennen gibt, daß sie abhängig von der Frequenz werden. Die Anwendbarkeit dieser Begriffe müßte daher jeweils auf die Feldgleichungen begründet werden auch in den Fällen, für welche die Kabelgleichungen brauchbare Näherungslösungen ergeben.

Aus den angeführten und aus prinzipiell-theoretischen Gründen ist es wünschenswert, die am linearen Leiter sich abspielenden elektromagnetischen Vorgänge aus den Maxwellschen Gleichungen herzuleiten. In älteren Arbeiten sind einige stark idealisierte Fälle behandelt[1]).

Im folgenden wird die Ausbreitung eines willkürlichen Anfangszustandes auf einem unendlich langen Leiter beliebiger Form verfolgt. Dieses allgemeine Problem umfaßt beispielsweise den praktisch wichtigen Fall des Einziehens einer Sprungwelle in die Wickelung eines Transformators. Das Verfahren zur Lösung ist eine Methode sukzessiver Approximationen, jedoch vorläufig ohne Konvergenzbeweis. Es ist anwendbar auf lineare Leiter, deren (statische) Kapazität und (quasistationäre) Selbstinduktion gleichmäßig verteilt und nirgends unstetig sind.

Sei vorgelegt ein linearer unendlich langer Leiter. Die Punkte desselben werden gekennzeichnet durch einen Parameter s. Jeder Querschnitt eines Linienelementes ds habe Dimensionen, welche im Vergleich zu ds immer noch unendlich klein sind, der Umfang sei $= 1$. Die geometrische Form des Leiters sei beliebig, jedoch mit der Einschränkung, daß die (elektrostatische) Kapazität der Längeneinheit und die (quasistationäre) Selbstinduktion der Längeneinheit überall stetige Funktionen von s sind. Hiermit ist auch der Fall einer endlichen Spule umfaßt, deren beide Enden an geradlinige unendlich lange Drähte angeschlossen sind.

Es möge bezeichnen[2]):

$\mathfrak{i}$ Vektor der Stromdichte, i dessen absoluter Betrag,
ϱ Flächendichte der wahren Ladungen,
$\mathfrak{e}$ elektrische Feldstärke,
$\mathfrak{h}$ magnetische Feldstärke,
c Lichtgeschwindigkeit,
t Zeit,
C Kapazität der Längeneinheit des Drahtes,
L Selbstinduktion der Längeneinheit des Drahtes.

Unter der Annahme, daß außerhalb der Leiter keine wahren Ladungen auftreten, ferner Dielektrizitätskonstante und Permeabilität $= 1$ sind, lauten die Feldgleichungen im Außenraum

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\mathfrak{i} + \frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t} &= c\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{h} \qquad \mathrm{div}\,\mathfrak{e} = 0, \\ -\frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial t} &= c\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{e}, \qquad \mathrm{div}\,\mathfrak{h} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Um das Problem der Stromverteilung im Inneren des Drahtes zu umgehen, nehmen wir denselben als eine Röhre an, deren unendlich dünne Wandung aus einem vollkommenen Leiter besteht.

Zur Zeit $t = 0$ sei irgendeine Verteilung von Stromdichte i und Flächendichte der wahren Ladungen ϱ auf dem Draht gegeben. Es ist diejenige Lösung der Feldgleichungen (1) zu suchen, welche zur Zeit $t = 0$ diesen Anfangszustand darstellt und zu allen Zeiten an der Oberfläche des Leiters die Grenzbedingung erfüllt. Da der spezifische Widerstand des Drahtes $= 0$ ist, so muß nach letzterer die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke an der Drahtoberfläche verschwinden, ferner die Normalkomponente $= 4\pi\varrho$ sein.

§ 2. Verfahren zur Lösung des Randwertproblems.

Man gelangt zur Lösung des im vorigen § 1 gestellten Randwertproblems mittels eines Näherungsverfahrens. Die Ausgangslösung wird von den Kabelgleichungen geliefert. Die mit jedem Schritt der Approximation angebrachten Korrekturen werden aus Überlegungen gewonnen, welche eine physikalische Vorstellung vom Zustandekommen des Vorganges enthalten.

Seien i_0, ϱ_0 diejenige Lösung der Kabelgleichungen

$$\frac{1}{C}\frac{\partial \varrho_0}{\partial s} + L\frac{\partial i_0}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial c_0}{\partial s} + \frac{\partial \varrho_0}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

welche zur Zeit $t = 0$ der Anfangsbedingung genügen

$$i_0(0, s) = f(s), \quad \varrho_0(0, s) = g(s),$$

worin $f(s)$, $g(s)$ willkürliche Funktionen sind.

Diese Gleichungen sind mathematisch leicht zu behandeln und, z. B. falls C, L konstant, durch die bekannte D'Alembertsche Lösung zu befriedigen.

[1]) Literatur s. bei Abraham, Enz. d. math. Wiss., V. 18; Rüdenberg, El. Schaltvorgänge, Berlin, Springer 1923.

[2]) Vektoren werden durch gotische, Skalare durch lateinische Buchstaben bezeichnet. Die Schreibweise ist die in Abraham-Föppl, Theorie der Elektrizität, ferner in Abraham, Enz. d. math. Wiss., V. 18 benutzte.

Die wahren Ladungen erzeugen nach den Gesetzen der Elektrostatik ein Potential

$$\Phi_0 = \int \frac{\varrho_0}{r}\, d\omega - \frac{1}{4\pi}\int \frac{\varrho_0}{C}\,\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial \nu}\, d\omega, \qquad (5)$$

worin r der Abstand zwischen Integrationselement und Aufpunkt, $d\omega$ das Flächenelement der Drahtoberfläche und die Integration über die ganze Drahtoberfläche zu erstrecken ist, ferner ν die äußere Normale an die Drahtoberfläche bedeutet. Das von den Ladungen ϱ_0 erzeugte elektrische Feld ist demnach

$$\mathfrak{e}_0 = -\operatorname{grad}\Phi_0. \qquad (6)$$

Mit dem Leitungsstrom i_0 und dem Verschiebungsstrom $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{e}_0}{\partial t}$ ist ein elektromagnetisches Feld $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{h}_1$ verknüpft, welches den Feldgleichungen genügen muß

$$\left.\begin{aligned} 4\pi i_0 + \frac{\partial \mathfrak{e}_0}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{e}_1}{\partial t} &= c\operatorname{rot}\mathfrak{h}_1, \quad \operatorname{div}\mathfrak{e}_1 = 0,\\ \frac{\partial \mathfrak{h}_1}{\partial t} &= -c\operatorname{rot}\mathfrak{e}_1, \quad \operatorname{div}\mathfrak{h}_1 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Um $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{h}_1$ explizite angeben zu können, belegen wir die Achse des Drahtes mit elektrischen Dipolen, für deren Moment $\mathfrak{p}_0$ gilt

$$\frac{\partial \mathfrak{p}_0}{\partial t} = i_0\, d\mathfrak{f} \qquad (8)$$

($d\mathfrak{f}$ = Linienelement der Drahtachse). Ferner belegen wir jeden Punkt außerhalb der Leiter, in welchem $\frac{\partial \mathfrak{e}_0}{\partial t} \neq 0$, mit einem Dipol vom Moment $\mathfrak{p}^0$

$$\mathfrak{p}^0 = -\frac{1}{4\pi}\mathfrak{e}_0\, d\mathfrak{f}\, dh = -\frac{1}{4\pi}\mathfrak{e}_0\, dv, \qquad (9)$$

wo $d\mathfrak{f}$ Querschnitt, dh Höhe, dv Volumen eines unendlich kleinen Zylinders bedeuten, dessen Achse in die Richtung der Feldstärke $\mathfrak{e}_0$ fällt. Dann ist der Hertzsche Vektor[1])

$$\mathfrak{Z}_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathfrak{f}}{r}\int_0^{t-\frac{r}{c}} i_0\, dt - \frac{1}{4\pi}\int \frac{dv}{r}\,[\mathfrak{e}_0]_{t-\frac{r}{c}}. \qquad (10)$$

Die Lösung $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{h}_1$ von (7) berechnet sich hieraus:

$$\mathfrak{e}_1 = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{Z}_0 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_0}{\partial t^2}, \quad \mathfrak{h}_1 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\mathfrak{Z}_0. \qquad (11)$$

1) Bei Bildung des Volumintegrals ist zu beachten, daß der Integrand unendlich wird, wenn der Aufpunkt in einen „Erregungspunkt" ($\mathfrak{e}_0 \neq 0$) fällt. Ein solcher Punkt ist bei Bildung des Integrals durch eine kleine Kugel zunächst auszuscheiden. Läßt man ihren Radius unendlich klein werden, so verschwindet ihr Beitrag, und das Volumintegral bleibt endlich.

Das nunmehr vorhandene elektrische Feld

$$\mathfrak{e}_0 + \mathfrak{e}_1 \qquad (12)$$

wird auf der Drahtoberfläche nicht senkrecht stehen. Sei die parallele Komponente mit p_1, die senkrechte mit q_1 bezeichnet.

Diese beiden Komponenten des elektrischen Feldes werden in jedem Leiterelement einen Strom i_2 und wahre Ladungen ϱ_2 hervorrufen gemäß[1])

$$\frac{1}{C}\frac{\partial \varrho_2}{\partial s} + L\frac{\partial i_2}{\partial t} + p_1 = 0, \qquad (13)$$

$$\frac{\partial i_2}{\partial s} + \frac{\partial \varrho_2}{\partial t} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial q_1}{\partial t} = 0. \qquad (14)$$

Wird die den Anfangsbedingungen

$$i_2(0s) = 0, \quad \varrho_2(0s) = 0 \qquad (15)$$

entsprechende Lösung dieser Gleichungen (13) (14) der Lösung i_0, ϱ_0 superponiert, so ist die Randbedingung erfüllt, falls das von i_2, ϱ_2 herrührende elektrische und magnetische Feld jedes Leiterelementes nur in nächster Nähe von endlicher Größe ist. Ist dies nicht der Fall, so wird sich das obige Spiel wiederholen: Die Ladungen ϱ_2 erzeugen ein Potential

$$\Phi_2 = \int \frac{\varrho_2}{r}\, d\omega - \frac{1}{4\pi}\int \frac{\varrho_2}{C}\,\frac{\partial\left(\frac{1}{r}\right)}{\partial \nu}\, d\omega \qquad (16)$$

und ein elektrisches Feld

$$\mathfrak{e}_2 = -\operatorname{grad}\Phi_2. \qquad (17)$$

Der Strom i_2 erzeugt in Verbindung mit dem Verschiebungsstrom $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \mathfrak{e}_2}{\partial t}$ ein elektromagnetisches Feld $\mathfrak{e}_3$, $\mathfrak{h}_3$ gemäß den Feldgleichungen

$$\left.\begin{aligned} 4\pi i_2 + \frac{\partial \mathfrak{e}_2}{\partial t} + \frac{\partial \mathfrak{e}_3}{\partial t} &= c\operatorname{rot}\mathfrak{h}_3 \quad \operatorname{div}\mathfrak{e}_3 = 0,\\ \frac{\partial \mathfrak{h}_3}{\partial t} &= -c\operatorname{rot}\mathfrak{e}_3 \quad \operatorname{div}\mathfrak{h}_3 = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

welches sich aus dem Hertzschen Vektor

$$\mathfrak{Z}_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathfrak{f}}{r}\int_0^{t-\frac{r}{c}} i_2\, dt - \frac{1}{4\pi}\int \frac{dv}{r}\,[\mathfrak{e}_2]_{t-\frac{r}{c}} \qquad (19)$$

berechnet:

$$\mathfrak{e}_3 = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathfrak{Z}_2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathfrak{Z}_2}{\partial t^2}; \quad \mathfrak{h}_3 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\operatorname{rot}\mathfrak{Z}_2. \qquad (20)$$

Das elektrische Feld

$$\mathfrak{e}_0 + \mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2 + \mathfrak{e}_3$$

habe an der Drahtoberfläche die Tangentialkomponente p_3 und Normalkomponente q_3.

1) Diese Gleichungen entsprechen bei konstanten C, L der Gleichung der erzwungenen Saitenschwingungen.

Wenn $p_3 \neq 0$, ist die Lösung i_4, ϱ_4 der Gleichungen

$$\frac{1}{C}\frac{\partial \varrho_4}{\partial s} + L\frac{\partial i_4}{\partial t} + p_3 = 0, \tag{21}$$

$$\frac{\partial i_4}{\partial s} + \frac{\partial s_4}{\partial t} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial q_3}{\partial t} = 0 \tag{22}$$

unter der Anfangsbedingung

$$i_4(o, s) = 0, \quad \varrho_4(o, s) = 0 \tag{23}$$

zu superponieren.

Man erhält so sukzessive Approximationen für Stromdichte i und wahre Ladungen ϱ der gesuchten Lösung des Randwertproblems in der Gestalt

$$i = i_0 + i_2 + i_4 + \cdots, \tag{24}$$

$$\varrho = \varrho_0 + \varrho_2 + \varrho_4 + \cdots, \tag{25}$$

ferner das elektrische Feld

$$\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_0 + \mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2 + \mathfrak{e}_3 + \cdots \tag{26}$$

und das magnetische Feld

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_3 + \mathfrak{h}_5 + \cdots \tag{27}$$

Der Randbedingung wird mit jeder Annäherung umso genauer genügt, je schneller die Lösungen $i_0, i_2, \cdots, \varrho_0, \varrho_2, \cdots$ nach Null gehen.

Zu beweisen bleibt die Konvergenz dieser Reihen (24)—(27). Der Beweis wird sich unter gewissen Stetigkeitsvoraussetzungen über die geometrische Gestalt des linearen Leiters führen lassen und soll an anderer Stelle nachgeholt werden. Diesen vorausgesetzt genügen die Größen[1]) $i, \varrho, \mathfrak{e}, \mathfrak{h}$ den Maxwellschen Gleichungen, der Anfangsbedingung und der Grenzbedingung außerhalb und auf der Oberfläche der Leiter. Sie stellen also die gesuchte Lösung dar.

§ 3. Die Differentialgleichungen der Windungsverkettung als Sonderfall.

Wir betrachten nunmehr noch den Fall einer Spule, bei welcher die Entwickelung des vorigen § 3 mit der ersten Näherung abgebrochen werden kann, setzen also

$$i = i_0 + i_2, \tag{28}$$

$$\varrho = \varrho_0 + \varrho_2, \tag{29}$$

$$\mathfrak{e} = \mathfrak{e}_0 + \mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2 + \mathfrak{e}_3, \tag{30}$$

$$\mathfrak{h} = \mathfrak{h}_1 + \mathfrak{h}_3 \tag{31}$$

in der Annahme, daß auf der Drahtoberfläche die Tangentialkomponente p_3 von $\mathfrak{e}_0 + \mathfrak{e}_1 + \mathfrak{e}_2 + \mathfrak{e}_3$ bereits genügend nahe $= 0$ ist.

Die Spule bestehe aus vielen einander gleichen Windungen. Die in den Gleichungen (13) (14) auftretende Kapazität der Längeneinheit C bestehe aus Erdkapazität und Kapazität gegen die entfernten Windungen. Das Glied $\frac{\partial \varrho_0}{\partial t}$ der Gleichung (3) ist dann der Ladestrom, welcher von einem Spulenelement durch das Dielektrikum zur Erde und nach den entfernten Windungen fließt. Der Verschiebungsstrom $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial q_1}{\partial t}$ in Gleichung (14) entspricht einem Ladestrom, welcher von der Kapazität benachbarter Windungen gegeneinander herrührt. Indem man auf die genaue Verfolgung der Wellenausbreitung in den Windungen verzichtet, kann man $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial q_1}{\partial t}$ durch diesen Ladestrom ersetzen. Ist γ die Windungskapazität der Längeneinheit zwischen benachbarten Leitern, so berechnet er sich folgendermaßen[1]): Von dem zum Parameter s gehörigen Leiterelement fließt zu dem um eine Windungslänge w entfernten Leiterelement $s + w$ der Ladestrom (auf die Längeneinheit bezogen)

$$\gamma \cdot \frac{\partial}{\partial t}[\varrho_2(s) - \varrho_2(s + w)], \tag{32}$$

ferner zu dem Leiterelement $s - w$ der Ladestrom

$$\gamma \cdot \frac{\partial}{\partial t}[\varrho_2(s) - \varrho_2(s - w)], \tag{33}$$

also insgesamt, wenn w sehr klein ist,

$$\gamma \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\partial^2 \varrho_2}{\partial s^2} w^2\right] = \gamma w^2 \frac{\partial^3 \varrho_2}{\partial t \partial s^2}. \tag{34}$$

Ersetzt man hierdurch das Glied $\frac{1}{4\pi}\frac{\partial q_1}{\partial t}$ in (14), so lautet diese Gleichung

$$\frac{\partial i_2}{\partial s} + \frac{\partial \varrho_2}{\partial t} + \gamma w^2 \frac{\partial^3 \varrho_2}{\partial t \partial s^2} = 0. \tag{35}$$

Beachtet man ferner, daß der Ladestrom $\frac{\partial \varrho_0}{\partial t}$ gemäß der Definition der Kapazität C sich von Windung zu Windung so wenig ändert, daß $\frac{\partial^2 \varrho_0}{\partial s^2}$ als klein angenommen werden kann, so folgt aus (35), (29), (28), (3)

$$\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \gamma w^2 \frac{\partial^3 \varrho}{\partial t \partial s^2} = 0. \tag{36}$$

Wir machen ferner die Annahme, daß das Feld $\mathfrak{e}_0$ an der Drahtoberfläche bereits auf dem Leiter senkrecht stehe. Die elektromotorische Kraft p_1 berechnet sich dann aus dem Hertzschen Vektor nach (11). Statt dessen kann sie auch als Wirkung der gegenseitigen Induktion benachbarter Windungen dargestellt werden[1]). Sei μ die Wechselinduktion zweier Nachbarwindungen (auf die Längeneinheit bezogen). In dem zum

[1]) Der Vektor der Stromdichte $\mathfrak{i} = i d\mathfrak{f}$, wo i der Skalar (25) und $d\mathfrak{f}$ das Linienelement der Drahtachse ist.

[1]) Vgl. z. B. Rüdenberg a. a. O. S. 446—448.

Parameter s gehörigen Leiterelement entsteht dann infolge der Indukion seitens der um eine Windungslänge w entfernten Elemente $s+w$ die elektromotorische Kraft (pro Längeneinheit)

$$\mu \frac{\partial}{\partial t} i_2 (s+w) + \mu \frac{\partial}{\partial t} i_2 (s-w), \quad (37)$$

ferner durch Selbstinduktion der Windung[1])

$$-2\mu \frac{\partial}{\partial t} i_2 (s), \quad (38)$$

also insgesamt, wenn w klein ist,

$$\mu w^2 \frac{\partial^3 i_2}{\partial t \, \partial s^2}. \quad (39)$$

Setzt man diesen Ausdruck in (13) ein, so wird (13)

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \varrho_2}{\partial s} + L \frac{\partial i_2}{\partial t} + \mu w^2 \frac{\partial^3 i_2}{\partial t \, \partial s^2} = 0. \quad (40)$$

Beachtet man ferner, daß der Strom i_0 infolge der Definition der Größen C, L in (13), (14) von Windung zu Windung nur wenig sich ändert, so daß $\frac{\partial^2 i_0}{\partial s^2}$ klein ist, so folgt aus (40), (29), (28), (2)

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \varrho}{\partial s} + L \frac{\partial i}{\partial t} + \mu w^2 \frac{\partial^3 i}{\partial t \, \partial s^2} = 0. \quad (41)$$

(41), (36) sind die bekannten Differentialgleichungen, welche die Windungsverkettung in Spulen beschreiben. Sie sind in unserem allgemeinen Verfahren als erste Stufe der Näherung enthalten. Wie aus vorigem hervorgeht, sind sie nur unter stark vereinfachenden Annahmen über den Bau der Spule zulässig.

1) Der Selbstinduktionskoeffizient einer einzelnen Windung wird hier $= 2\mu$ gesetzt. Diese Annahme bewirkt eine unwesentliche Änderung in der Definition der in § 2 eingeführten Selbstinduktion L der ganzen Spule pro Längeneinheit.

(Eingegangen 9. Dezember 1924.)

Zur heterochromatischen Photometrie.

Von Clemens Schaefer.

1. Die Schwierigkeiten der heterochromatischen Photometrie sind bekannt. Indessen meine ich hiermit jetzt nicht die technischen Schwierigkeiten der Messung, sondern eine grundsätzliche. Es ist nämlich von vornherein keineswegs sicher, ob es überhaupt einen Sinn hat, von der Helligkeit z. B. eines vorgelegten farbigen Pigmentes zu sprechen in dem Sinne, daß man von zwei verschiedenfarbigen Pigmenten die Aussage machen kann, „sie seien gleich hell", während es andererseits seit Helmholtz bekannt ist, daß man bei einem solchen den Farbton und die Sättigung bestimmen kann. Auf diese grundsätzliche Frage hat Schrödinger[1]) in einer interessanten Arbeit hingewiesen und gezeigt, daß, um von der Helligkeit einer bestimmten Farbe im obigen Sinne reden zu können, d. h. um heterochromatisch photometrieren zu können, ein gewisser dreidimensionaler Pfaffscher Differentialausdruck mit experimentell bestimmbaren Koeffizienten ein totales Differential sein muß. Die Berechtigung dieser Forderung läßt sich auch ohne Rechnung leicht einsehen: Wenn man zwei verschiedengefärbte Pigmente, deren Farbtöne im Spektrum weit auseinander liegen, photometrieren will, so steht dem die Schwierigkeit entgegen, daß für das normale farbentüchtige Auge der Eindruck der Farbqualität so überwiegend ist, daß es vielfach gar nicht imstande ist zu sagen, welches Pigment heller erscheint, abgesehen von ganz extremen Fällen. Auf diese extremen Fälle gründet sich aber offenbar unser instinktives „Gefühl", daß man von Helligkeit gefärbter Pigmente überhaupt reden kann. Man kann nur so verfahren, daß man zwischen die beiden auf ihre Helligkeit zu vergleichenden Pigmente Zwischenstufen einschaltet, so daß die Farbenunterschiede zweier aufeinanderfolgender Stufen gering sind. So kann man, von dem ersten Pigment ausgehend, über eine gewisse Anzahl von Zwischenstufen — d. h. fast isochromatisch — zu dem Endpigment gelangen, d. h. zu einem bestimmten, seine Helligkeit charakterisierenden Zahlenwert (natürlich relativ zu dem Ausgangspigment). Voraussetzung ist dabei aber, daß man stets zu demselben Endresultat kommt, gleichgültig wieviele und welche Zwischenstufen man einschaltet: das Resultat der „Helligkeitsmessung" muß unabhängig vom „Wege" sein. Das ist aber nichts anderes als die oben formulierte Schrödingersche Bedingung.

Außer einer kurzen Mitteilung von Kohlrausch[2]) liegt meines Wissens keine experimentelle Prüfung dieser Frage vor. Kohlrausch hat in einer Reihe von Aufsätzen gelegentlich einer eindringenden Kritik der Ostwaldschen Farbtheorie die Ergebnisse dreier Versuchsreihen mitgeteilt. Indessen schien mir diese Frage doch noch einer weiteren Untersuchung wert zu sein, und so veranlaßte ich Herrn Gibsone, in meinem Institut derartige Messungen auszuführen, über deren Er-

1) E. Schrödinger, Ann. d. Phys. **63**, 397, 427, 481, 1920.

2) K. W. F. Kohlrausch, Phys. Zeitschr. **21**, 423, 1920.

gebnisse ich hier berichte. Von vornherein habe ich Wert darauf gelegt, verschiedene photometrische Methoden zu benutzen; die Erfüllung bzw. Nichterfüllung der Schrödingerschen Bedingung ist ja gleichzeitig ein Kriterium für ihre Brauchbarkeit zu diesem Zwecke.

2. Ein vortreffliches Material für die Untersuchung bildet der Ostwaldsche Farbenatlas, von dem ein Exemplar im Marburger Institut vorhanden ist und dessen sich auch Kohlrausch bedient hat. Man sucht sich einen sogenannten Farbkreis heraus, bezeichnet die Helligkeit eines Blättchens, etwa des mit oo bezeichneten, mit 100 und photometriert in gewissen Stufen, deren zweckmäßigste Höhe sich durch die Versuche selbst ergeben muß, den ganzen Farbkreis durch: man muß dann, wenn die Schrödingersche Bedingung gilt, oder praktisch ausgedrückt, wenn die benutzte Methode zur heterochromatischen Photometrie brauchbar sein soll, zum Ausgangswerte 100 zurückgelangen. Es ist eben die Frage zu untersuchen, ob dies der Fall ist, bzw. mit welcher Genauigkeit es der Fall ist. Natürlich ist experimentell die Frage von Wichtigkeit, wie eng die Stufen sein müssen.

Benutzt wurden zu den Messungen ein Glansches Spektralphotometer, von dem das Prisma entfernt worden war, sowie ein Flimmerphotometer Bechsteinscher Konstruktion von der Firma Schmidt und Haensch. Bei dem ersteren wurde das Bild zweier Blättchen des Farbatlasses auf je eine Spalthälfte geworfen, dann durch Drehen des Okularnikols auf „möglichste Ähnlichkeit" eingestellt; in bekannter Weise ergibt sich dann das Helligkeitsverhältnis der beiden beobachteten Blättchen.

Bei dem Flimmerphotometer war die ursprüngliche Einrichtung folgende: Durch ein Fernrohr beobachtet man zwei Seiten eines Gipsprismas, deren Schnittkante durch die Mitte des Gesichtsfeldes geht (ähnlich wie beim Ritchie-Photometer). Durch eine mechanische Vorrichtung wurde abwechselnd die linke oder rechte Seite beleuchtet; diese beiden Prismenseiten wurden von verschiedenfarbigem Licht getroffen. Für uns war diese Einrichtung nicht zu gebrauchen. Ich habe sie deshalb so umgeändert, daß unmittelbar vor den beiden Prismenflächen die zu untersuchenden Blättchen angebracht wurden, die nun von weißem Licht beleuchtet werden. Die Einrichtung war einfach und hat gut funktioniert. Selbstverständlich konnten bei beiden Photometern die beiden Blättchen miteinander vertauscht werden, so daß Asymmetrie der Anordnung immer eliminiert war.

3. Es stellte sich als zweckmäßig heraus, den hundertteiligen Farbkreis in 12 Stufen gleicher Höhe durchzumessen; es wurde also i. A. oo mit 08, dieses mit 16 usw. verglichen: wenn nicht alle erforderlichen Blättchen im Farbatlas vorhanden waren, so wurden die nächstgelegenen Blättchen gewählt. Die Versuche erforderten eine gewisse Einübung: die erste Messung war recht ungenau, bis der Beobachter sich an die Art der Einstellung gewöhnt hatte; dann aber waren die Messungen innerhalb geringer Fehlergrenzen reproduzierbar. Die Tabelle I zeigt drei Messungen am Farbkreis *nc* (der in der Ostwaldschen Bezeichnung den mittleren Farbgehalt 48, den Weißgehalt 7 und den Schwarzgehalt 45 besitzt); es sind die drei ersten Messungen, die Herr Gibsone überhaupt gemacht hat.

Tabelle I.

Farbkreis *nc*.

Farbton	1. Messung	2. Messung	3. Messung
00—08	98,8	98,8	97,1
08—17	76,8	76,8	68,5
17—25	70,6	70,6	61,3
25—33	58,5	58,5	52,1
33—42	36,9	36,9	31
42—50	27,1	27,1	22,7
50—58	40,3	40,3	33,5
58—67	50,2	46,9	41,8
67—75	52	44,4	39,6
75—83	55,3	47,3	42,4
84—92	87,6	73,6	67
92—100	136,2	100,4	104,3
Gesamtfehler:	36,2%	0,4%	4,3%

Während die erste Messung die enorme Abweichung von 36,2 Proz. von der Schrödingerschen Bedingung aufweist, weichen die zweite und dritte nur um 0,4 bzw. 4,3 Proz. ab. An sich könnte natürlich die kolossale Abweichung der ersten Messung in einer Nichterfüllung der Schrödingerschen Forderung begründet sein; die folgenden Messungen aber zeigen deutlich, daß die Abweichung lediglich der Ungeübtheit des Beobachters zur Last zu legen ist. Fig. 1 gibt die drei Messungen graphisch wieder.

Den Einfluß der Stufenhöhe zeigt die Tabelle II; sie gibt Messungen am Farbkreis *ia* wieder (Farbgehalt 55, Weißgehalt 16, mittlerer Schwarzgehalt 29). Es wurde einmal der ganze Farbkreis in einer einzigen Stufe[1]) (oo gegen 50) dann in drei Stufen (oo bis 25, 25 bis 50, 50 bis 75, 75 bis oo) entsprechend in 4, 6, 12, 24, 48 Stufen durchgemessen. Die

1) d. h. 1 Zwischenblättchen (50) eingeschaltet, entsprechend 3 Zwischenstufen (25, 50, 75) usw.

Tabelle II.

Farbkreis *ia*.

Farbton	1 Zwischenstufe	3 Z.-St.	4 Z.-St.	6 Z.-St.	12 Z.-St.	24 Z.-St.	48 Z.-St.	Mittelwert
00—02							90.5	
02—04						98,2	100	99.1
04—06							97.8	
06—08					96	93.2	94.8	94.7
08—10							00.1	
10—13						82.8	83.2	83
13—15							78.8	
15—17				76	80,5	77	76,6	77.5
17—19							76.6	
19—21						76,0	75	76
21—23							73.3	
23—25			78.4		79.5	73.6	72.8	76,1
25—27							68.7	
27—29						64	63,1	63.5
29—31							58.8	
31—33		62.2		57.4	61.8	56	57.6	59
33—35							52.3	
35—38						38.8	39.2	39
38—40					38.2		34.9	
40—42						35.4	34.4	34.9
42—44							32.3	
44—46					34	32.6	29.7	31,2
46—48							28.6	
48—50	31.8		31.5	32.2	32,6	33.4	29.6	32,2
50—52							32	
52—54						36	34,2	35,1
54—56							36.9	
56—58					41,8	40,2	38.9	40,1
58—60							42	
60—63						47.1	45.8	46,4
63—65							40.8	
65—67		52.4		49,7	52,3	51,6	50.4	51.3
67—69							51.7	
69—71						49.8	51.7	50,8
71—73							51.7	
73—75			49.4		50.7	50,3	51.7	50,5
75—77							54.2	
77—79						52,8	54,2	53.5
79—81							53.2	
81—83				52.2	53.7	55	55.8	54.2
83—85							60.5	
85—88					68,7	69.4	69.8	69,6
88—90							77.5	
90—92					82,8	85,2	81,6	83.2
92—94							86.7	
94—96						96,1	89	92.5
96—98							94.7	
98—100		104	101.4	100,3	98	103.1	100 7	101.5
Gesamtfehler:		+ 4%	+ 1.4%	+ 0,3%	− 2%	+ 3,1%	+ 0,7%	+ 1,3%

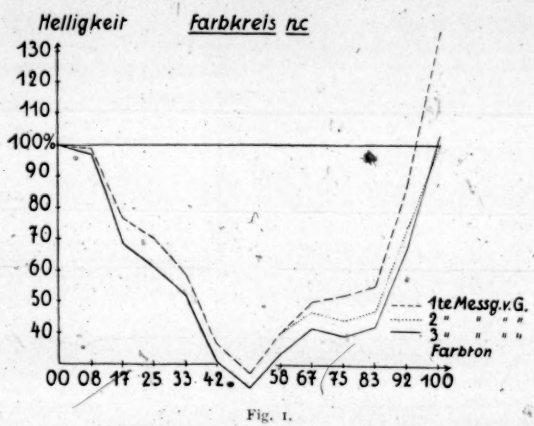


Fig. 1.

Durchmessung in einer Stufe ist natürlich an sich sinnlos und sie kann in keinem Falle etwas zu der Entscheidung der uns hier beschäftigenden Frage beitragen; sie zeigt nur, wie gut die direkt gemessene Helligkeit des Blättchens 50 mit den Messungen mit anderer Stufenhöhe übereinstimmt. Das Ergebnis ist bei allen Messungen, daß die Schrödingersche Bedingung bis auf einige Prozent erfüllt ist: die Stufenhöhe ist an sich also gleichgültig; eine zu geringe Zahl von Stufen erhöht aber die Schwierigkeit der Einzelmessung, eine zu große Zahl läßt den Gesamtfehler anwachsen durch die zu große Zahl der an sich mit geringerem Fehler behafteten Einzelmessungen; wir halten im allgemeinen zwölf Stufen für das zweckmäßigste.

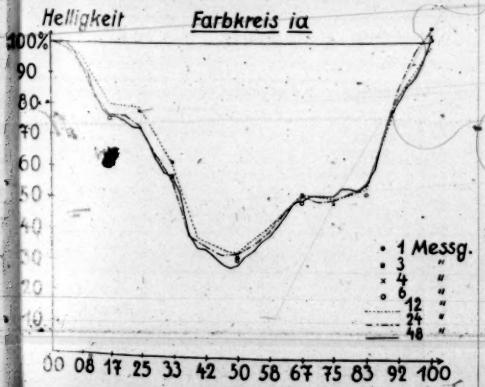


Fig. 2.

Die Fig. 2 illustriert die Zahlen der Tabelle. Im folgenden mögen noch die Zahlen für die Farbkreise *ba*, *ea*, *pa*, *pn* angegeben sein. Die Einrichtung der Tabelle ist wohl ohne weiteres verständlich.

Tabelle III.

Farbkreise *ba*, *ea*, *pa* und *pn*.

Farbton	*ba* Messung	*ea* Messung	*pa* Messung	*pn* Messung
00—08	99,2	92,7	90	94,6
08—17	98,6	89,2	85,2	90,4
17—25	97,3	84,7	79,2	86,6
25—33	92,1	87,5	58,4	85
33—42	90,6	79,6	(39,8)	77
42—50	95,8	72,2	(28,9)	74,2
50—58	103,9	66,4	(36,8)	71,9
58—67	98	76,3	(42,1)	72,4
67—75	101	79,8	(42,2)	74,2
75—83	102	82,6	(45,5)	80,4
83—92	107,5	92,8	71,8	90,3
92—10	104,1	102	103,1	101,2
Gesamtfehler:	$+4{,}1^0/_0$	$+2^0/_0$	$+3{,}1^0/_0$	$+1{,}2^0/_0$

Man erkennt die gute Erfüllung der Schrödingerschen Forderung.

4. Von Interesse ist die Frage, wie verschiedene Beobachter einstellen. In den Figuren 5, 6 und 7 sind die älteren Beobachtungen von Kohlrausch mit solchen von Gibson und denen eines zweiten Marburger Beobachters U. zusammengestellt. Abweichungen sind unzweifelhaft vorhanden; doch sind sie wohl in der Hauptsache der Verschiedenheit der Farbtäfelchen zuzuschreiben, die Kohlrausch und wir benutzt haben — über die Reproduzierbarkeit des Atlasses ist nichts bekannt —, die sich auch im Licht verändern, worauf schon

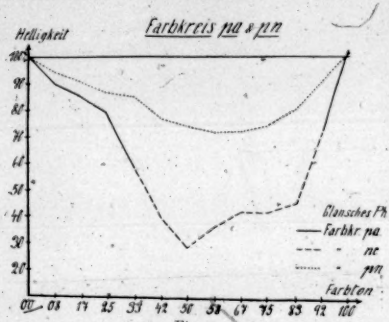


Fig. 3.

Ostwald hinweist. Dafür spricht einerseits, daß bei allen Beobachtern die Schrödingersche Forderung — trotz aller Differenz der Zwischenmessungen — gut erfüllt ist[1]).

Anderseits stimmen in Fig. 7 die Messungen von Herrn Gibsone mit denen eines dritten Marburger Beobachters J. — die an denselben Farbblättchen gemacht sind — besonders gut überein. Die Tabellen IV und V belegen dies genauer.

Tabelle IV.

Farbton	Farbkreis *ia*		Farbkreis *nc*		
	Messung v. K.	Messg. v. G.	Messg. v. K.	Messg. v. U.	Messg. v. G.
00—04	105,5	99,1			
04—08	93	94,7	103,8	101,3	97,1
08—13	87	83			
13—17	86,7	77,5	78,5	79,3	86,5
17—21	87,9	76			
21—25	87,1	76,1	74,4	74	61,3
25—29	76,3	63,5			
29—33	64,6	59	58,5	64,4	52,1
33—38	46,8	39			
38—42	38,4	34,9	34	43,2	31
42—46	36,8	31,2			
46—50	32,7	32,2	25,9	35,3	22,7
50—54	39,2	35,1			
54—58	45,4	40,1	42,4	43,9	33,5
58—63	57,2	46,4			
63—67	59,8	51,3	55,7	58,6	41,8
67—71	61,2	50,8			
71—75	57,3	50,5	55,7	52,8	39,6
75—79	55,3	53,5			
79—83	61,5	54,2	55	58,2	42,4
83—88	74,2	69,2			
88—92	86,4	83,2	71,5	83,2	67
92—96	97,2	92,5			
96—100	100	101,5	100	113	104,3
Gesamtfehler:	+ 2,4%	+ 1,5%	— 8,9%	+ 13%	+ 4,3%

1) Bei Kohlrausch's Messungen ist der Fehler ausgeglichen, so daß bei ihm scheinbar überhaupt keine Abweichung von der Schrödingerschen Forderung auftritt; nach seinen Angaben beträgt jedoch sein Gesamtfehler bei 2 Meßreihen 2,4 bezw. 8,9 Proz., ist also tatsächlich in derselben Größenordnung wie bei uns.

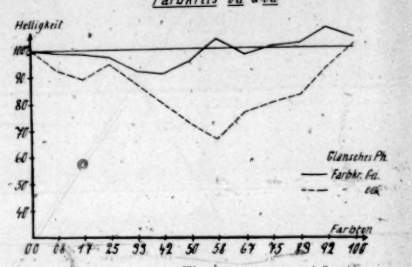


Fig. 4.

Tabelle V.

Farbkreis *la*.

Farbton	Messung von J	Messung von G.
00—04	96,5	
04—08	89,4	88,1
08—13	82,1	
13—17	67,8	69
17—21	66,5	
21—25	66	68,9
25—29	61,8	
29—33	52,5	51,9
33—38	43,9	
38—42	27,3	25,3
42—46	25	
46—50	21,9	21,3
50—54	24,4	
54—58	28,1	29,4
58—63	36,2	
63—67	37,5	41,1
67—71	38	
71—75	38,5	41,6
75—79	38,9	
79—83	39,1	41,8
83—88	64,8	66
88—92	86,8	79,1
92—96	97,1	92
96—100	100,1	99,2
Gesamtfehler:	+ 0,1%	— 0,8%

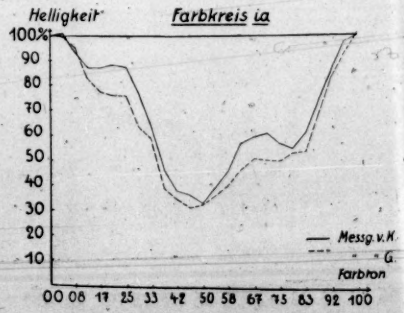


Fig. 5.

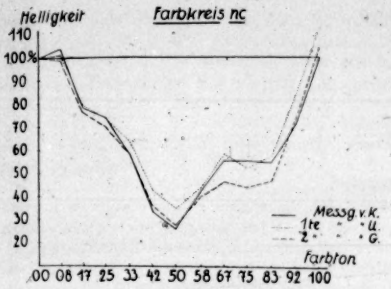


Fig. 6.

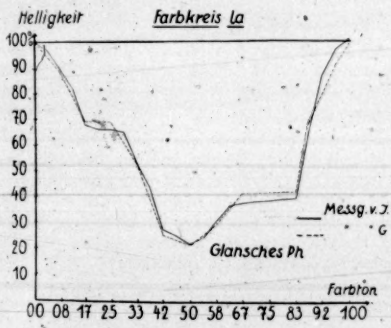


Fig. 7.

5. Die bisherigen Messungen sind sämtlich mit dem Glanschen Photometer — Einstellung auf größte Ähnlichkeit — gemacht worden. Im folgenden gebe ich einige Daten wieder, die mit dem modifizierten Flimmerphotometer gemacht worden sind. (Meines Erachtens ist übrigens die Einstellung nach diesem Prinzip im Grunde gleichfalls eine auf größte Ähnlichkeit.) Gemessen wurden die Farbkreise *ia* und *nc*; in Fig. 8 und 9 sind die Ergebnisse mit den am Glanschen Photometer erhaltenen zusammengestellt. Die Zahlen sind in der Tabelle VI angegeben.

Tabelle VI

Farbkreis *ia*.

Farbton	Glansches Photometer (Mittelwertskurve) Messung	Flimmerphotometer Messung
00—08	94,7	92,2
08—17	77,5	75,4
17—25	76,1	74,3
25—33	59	56,8
33—42	34,9	39,6
42—50	32,2	35,5
50—58	40,1	41,5
58—67	51,3	51,9
67—75	50,5	50,2
75—83	54,2	59,8
83—92	83,2	81,4
92—100	101,5	95,2
Fehler:	+ 1,5%	— 4,8%

Farbkreis *nc*.

Farbton	Glansches Photometer 3. Messung v. G.	Flimmerphotometer (Mittelwertskurve)
00—08	97,1	95,8
08—17	68,5	66
17—25	61,3	60,8
25—33	52,1	53
33—42	30	29,5
42—50	22,7	20,7
50—58	33,5	34,6
58—67	41,8	41,7
67—75	39,6	35,3
75—83	42,4	41,2
83—92	67,1	67,6
92—100	104,3	102,7
Fehler:	+ 4,3%	+ 2,7%

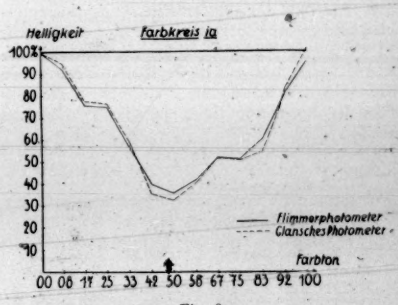


Fig. 8.

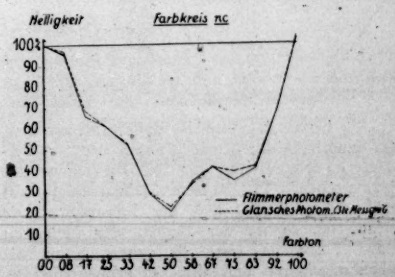


Fig. 9.

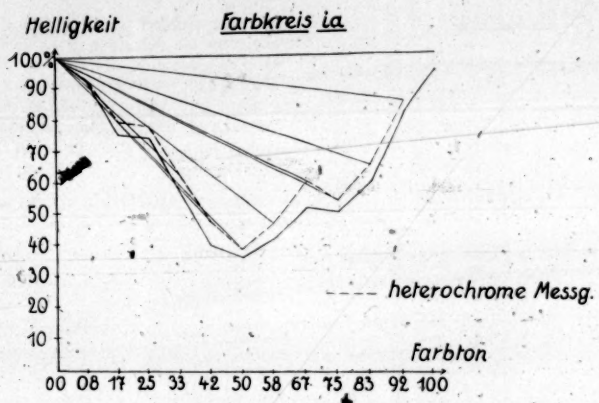


Fig. 10.

Man erkennt, daß beide Methoden innerhalb der Fehlergrenzen völlig übereinstimmende Werte liefern; insbesondere ist auch beim Flimmerphotometer die Schrödingersche Bedingung erfüllt.

Eine weitere Tabelle VII (Fig. 10) zeigt den Einfluß der Stufenhöhe beim Flimmerphotometer; man erkennt auch hier, trotz nicht zu verkennender Abweichungen, daß die beiden Kurven denselben Verlauf haben. Praktisch ergibt sich, daß die Stufenhöhe auch beim Flimmerphotometer nicht zu groß genommen werden darf.

Tabelle VII.

Farbkreis *ia*.

Farbton und Messung		Messung und Farbton	
00—08	92,2	92,6	00—08
08—17	75,4	79,7	00—17
17—25	74,3	77,5	00—25
25—33	56,8	62,4	00—33
33—42	39,6	45,2	00—42
42—50	35,5	38,4	00—50
50—58	41,5	46,7	00—58
58—67	51,9	60,4	00—67
67—75	50,2	54,2	00—75
75—83	59,8	65,7	00—83
83—92	81,4	85,4	00—92
92—100	95,2	—	00—100

Als Gesamtergebnis ist daher festzustellen: Da innerhalb der Fehlergrenzen die Schrödingersche Bedingung bei Benutzung des Glanschen Photometers (Einstellung auf größte Ähnlichkeit) und der Flimmermethode erfüllt ist, so ist der Begriff der Helligkeit einer Farbe im oben definierten Sinne als widerspruchsfrei und ihre experimentelle Bestimmung bei Benutzung einer dieser beiden Methoden als möglich zu betrachten. Wünschenswert ist natürlich die Ausdehnung dieser Untersuchungen auf die anderen Methoden der Photometrie, insbesondere auf die Methode des Stereophotometers von Pulfrich; darauf hoffe ich zurückkommen zu können. Wegen aller Einzelheiten sei auf eine spätere ausführliche Veröffentlichung verwiesen.

Marburg a. d. Lahn, im Dezember 1924, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 8. Dezember 1924.)

Grenzschichtdicke und kritische Zahl.

Von Ludwig Schiller.

Nach Reynolds ist bekanntlich der Übergang von laminarer in turbulente Strömung in Röhren dann gegeben, wenn die „Reynoldssche Zahl" $R = \frac{\bar{u} \cdot a}{\nu}$ ($\bar{u}$ = mittlere Geschwindigkeit im Rohrquerschnitt, a = Halbmesser, ν = kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit) einen bestimmten kritischen Wert R_{kr} erreicht hat. Dieser Zahlwert hängt noch wesentlich von dem Grad der Störungen ab, denen die Flüssigkeit vor und bei dem Einströmen in das Rohr unterworfen ist. Hierbei existiert jedoch eine untere Grenze, die auch bei sehr starken Anfangsstörungen nicht unterschritten wird und nach früheren Untersuchungen des Verfassers bei 1100 bis 1200 liegt [1]). Ein weiterer Para-

1) Vgl. etwa L. Schiller, Experimentelle Feststellungen zum Turbulenzproblem. Diese Zeitschr. 23, 14, 1922.

meter, von dem der Umschlag der Strömung abhängt und der in der Reynoldsschen Zahl nicht auftritt, ist der Abstand der betrachteten Stelle vom Einlauf des Rohres, die sog. „Anlauflänge". Auch diese ist von Einfluß auf die kritische Zahl, und zwar, worüber Verfasser kürzlich an dieser Stelle berichtete[1]), derart, daß die kritische Zahl mit abnehmender Anlauflänge wächst. Im folgenden soll weiteres Material zu dieser Frage aufgezeigt und unter einem anderen Gesichtspunkt betrachtet werden, der den Anschluß unserer Röhrenversuche an Bestimmungen der „kritischen Zahl" für die Strömung längs Platten liefert, die neuerdings von Burgers und van der Hegge Zijnen[2]) in Delft ausgeführt wurden.

Nach den Regeln der Ähnlichkeitsmechanik müssen wir jetzt als maßgebend für den Umschlag der Strömung außer der (dimensionslosen) Reynoldsschen Zahl eine zweite Dimensionslose einführen. Dazu können wir, wie in dem erwähnten Bericht[1]) geschehen, die „relative Anlauflänge" $\frac{x}{a}$ wählen (x = Abstand der Meßstelle vom Einlauf). Wir können also setzen:

$$R_{kr} = f\left(\frac{x}{a}\right). \qquad (1)$$

Für $x = \infty$ folgt hieraus als Grenzfall das Reynoldssche Gesetz

$$R_{kr} = \text{Const.} \qquad (1\,a)$$

Ähnlich einfache Verhältnisse wie in diesem Fall des Rohres bei sehr großer Anlauflänge liegen vor bei der Strömung längs einer Platte (unendlich breit; ebenes Problem). Denn ebenso wie dort nur eine einzige charakteristische Längenabmessung auftritt, etwa der Halbmesser a, so auch hier nur eine, die Anlauflänge x. Mit ihr ergibt sich, ganz entsprechend der Reynoldsschen Zahl, als einzige dimensionslose Kombination der Ausdruck $R_{Pl} = \frac{u \cdot x}{\nu}$ (u = Geschwindigkeit der äußeren Strömung). Und für diesen konnte van der Hegge Zijnen tatsächlich auch das dem Reynoldsschen Gesetz (1a) entsprechende

$$(R_{Pl})_{kr} = \left(\frac{u \cdot x}{\nu}\right)_{Pl,\,kr} = \text{Const.} \backsimeq 300\,000 \qquad (1\,b)$$

aus Änderungen des Geschwindigkeitsgradienten an der Platte bestätigen, die an der kritischen Stelle auftreten.

Statt des Ausdrucks $\frac{u \cdot x}{\nu}$ kann aber bei der Platte auch ein anderer eingeführt werden, wie dies auch schon von Burgers und van der Hegge Zijnen geschehen ist. Es gilt nämlich für die laminare Strömung längs einer Platte die Beziehung:

$$\frac{u \cdot x}{\nu} = C \cdot \left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)^2 [1]),$$

wo δ die Dicke der Prandtlschen Grenzschicht bedeutet, d. h. der wandnahen Schicht mit verzögerter Strömung. Man kann demnach als Dimensionslose auch $\frac{u \cdot \delta}{\nu}$ einführen, und van der Hegge Zijnens Messungen haben auch die entsprechende Beziehung bestätigt:

$$\left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)_{Pl,\,kr} = \text{Const.} \backsimeq 3000. \qquad (1\,c)$$

Eine ganz ähnliche Entwicklung der Grenzschicht, wie von der Eintrittskante der Strömung bei einer Platte aus, findet nun bei laminarer Strömung auch in einem Rohr statt. Beginnend von der (geeignet abgerundeten) Einlauföffnung an, wo die Grenzschicht noch unendlich dünn ist, wächst sie (vgl. Fig. 1b) unter dem Einfluß

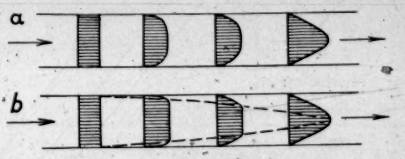


Fig. 1.

der Wandreibung mehr und mehr an, bis sie schließlich die Achse des Rohres erreicht hat und damit die parabolische Poiseuillesche Geschwindigkeitsverteilung fertig ausgebildet ist. Wenn somit auch eine ausgesprochene Verwandtschaft zwischen Platte und Rohr vorhanden ist, so herrscht doch auch andererseits ein wesentlicher Unterschied, nämlich das Druckgefälle beim Rohr und die begrenzte, schließlich auf Null sinkende Ausdehnung der dem Reibungs-

1) L. Schiller, Neue Versuche zum Turbulenzproblem. Diese Zeitschr. **25**, 541, 1924.

2) J. M. Burgers and B. G. van der Hegge Zijnen, Preliminary Measurements of the Distribution of the Velocity of a Fluid in the immediate Neighbourhood of a plane smooth Surface. Verh. d. Kon. Akad. v. Wetenschap. te Amsterdam (1) XIII, Nr. 3. (Meded. Afd. 5 uit het Labor. voor Aerodyn. en Hydrodyn. der Techn. Hoogesch. te Delft), S. 32; B. G. van der Hegge Zijnen, Measurements of the Velocity Distribution in the boundary Layer along a plane Surface. Thesis Delft 1924. (Mededel. Nr. 6 uit het Labor. voor Aerodyn. en Hydrodyn. der Techn. Hoogesch. te Delft), S. 25/6.

1) Siehe L. Prandtl, Abriß der Lehre von der Flüssigkeits- und Gasbewegung. S. 17.

einfluß der Wand noch nicht unterliegenden „Kernströmung", der bei der Platte die nach außen hin unbegrenzte äußere Strömung entspricht. Wir werden demnach füglich nicht erwarten können, die Beziehung (1c) über die ganze Rohrlänge bestätigt zu finden. Wohl aber steht zu erwarten, daß für die allerersten Partien des Rohres, für $\frac{x}{a} \to 0$ oder $\frac{\delta}{a} \to 0$, die Resultate übereinstimmen, also dort auch beim Rohr $\left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)_{kr}$ dem Wert der Platte zustrebt:

$$\lim_{\delta = 0} \left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)_{\text{Rohr, kr}} = \left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)_{\text{Pl., kr}} = \text{der Const. von (1c)}.$$

Für die folgenden Teile des Rohres hingegen wird allgemein gelten:

$$\left(\frac{u \cdot \delta}{\nu}\right)_{kr} = f\left(\frac{x}{a}\right). \qquad (2)$$

Bei unseren Messungen, deren Ergebnisse wir in Form der Gleichung (2) darstellen wollen, ist nun die Grenzschichtdicke δ nicht, wie bei van der Hegge Zijnen, unmittelbar gemessen, sondern es ist bestimmt $R_{kr} = \left(\frac{\bar{u} \cdot a}{\nu}\right)_{kr}$ als Funktion von $\frac{x}{a}$. Nun ist aber

$$\frac{u \cdot \delta}{\nu} = R \cdot \frac{\delta}{a}, \qquad (3)$$

und $\frac{\delta}{a}$ können wir auf Grund einer früher aufgestellten Näherungstheorie[1]) für die Entwicklung der laminaren Anlaufströmung berechnen nach der Gleichung:

$$\frac{\delta}{a} = 2 - \sqrt{4 - 6\left(\frac{1}{1+\eta} - 1\right)}. \qquad (4)$$

Hierin ist:

$$\eta = \frac{u}{\bar{u}} - 1, \qquad (5)$$

wo u die Geschwindigkeit der Kernströmung bedeutet. Diese wird in der Näherungstheorie (Fig. 1b) über eine innere Kreisfläche hin jeweils als konstant angenommen, während Fig. 1a mehr dem wirklichen Bild entsprechen wird. Daß jedoch mit der Näherungstheorie eine recht gute Annäherung an die Wirklichkeit erreicht wird, beweist die mehrfach erprobte Berechnung des Widerstands in der Anlaufstrecke.

1) L. Schiller, Untersuchungen über laminare und turbulente Strömung. Forschungsarb. auf d. Gebiet des Ingenieurwesens **248**, 18 ff., 1922; L. Schiller, Die Entwicklung der laminaren Geschwindigkeitsverteilung und ihre Bedeutung für Zähigkeitsmessungen. Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. **2**, 96 ff., 1922.

Tabelle I.

	Beobachter	x (cm)	$\frac{x}{a}$	R_{kr}
Reihe I	Sch.-K. II.	53,5	178	9570
	Sch.-K. II.	53,5	178	10060
	Sch.	53,5	178	< 5390
	Sch.-R.	53,5	178	< 5045
	Sch.-R.	53,5	178	10000
	Sch.	68,5	227,5	> 4070
	Sch.-R.	68,5	227,5	> 5450
	Sch.-R.	68,5	227,5	5740
	Sch.-R.	68,5	227,5	5870
	Sch.-R.	83,5	277	4260
	Sch.-R.	83,5	277	4720
	Sch.-R.	83,5	277	4475
	Sch.-R.	105	348	(> 4625
				< 5125
	Sch.	105	348	(> 4370
				< 4950
	Sch.-K II.	105	348	< 4560
	Sch.-R.	120	398	(> 5000
				< 5285
	Sch.-K. II.	120	398	> 4650
	Sch.-R.	250	830	(> 1263
				< 1420
	Sch.-K. II.	250	830	wenig < 1148
	Sch.-R.	583,6	1937	1326
	Sch.-R.	583,6	1937	1332
	Sch.-K. II.	792	2635	(> 1214
				< 1260
	Sch.-R.	792	2635	1234
Reihe II	K. I.	10,5	34,9	(> 7179
				< 7581
	K. I.	20,5	68	(> 4562
				< 5584
	K. I.	30,5	101,3	etwas < 3428
	K. I.	30,5	101,3	4296
	K. I.	30,5	101,3	etwas < 4026
	Sch.-K. II.	53,5	178	3408
	Sch.-K. II.	53,5	178	3713
	Sch.-K. II.	53,5	178	4120
	K. I.	97	322	3083
	K. I.	180,6	598	(> 1128
				< 1225
	Sch.-K. II.	250	830	1253
	K. I.	341,5	1135	(> 1070
				< 1150
	Sch.-B.	792	2630	1256
	K. I.	792	2630	> 1030
Reihe III	Sch.-K. I.	60,4	101,2	(> 3743
				< 4195
	Sch.-B.	347,8	581,5	(> 3550
				< 3570
	Sch.-B.	676,5	1128	> 3000
	Sch.-K. I.	676,5	1128	< 3630
Reihe IV	K. I.	20,4	34,1	(> 5221
				< 5668
	K. I.	40,4	67,6	(> 4028
				< 4063
	Sch.-B.	60,4	101,2	(> 2530
				< 3230
	K. I.	60,4	101,2	(> 3219
				< 3483
	Sch.-B.	347,8	581,5	(> 1509
				< 1768
	K. I.	347,8	581,5	(> 1799
				< 2426
	Sch.-K. II.	676,5	1128	(> 1624
				< 2032
	K. I.	676,5	1128	(> 1660
				< 1790

Die Werte von η erhält man am einfachsten aus einer graphischen Darstellung für η als $f\left(\frac{x}{aR}\right)$, die in Fig. 2 wiedergegeben ist, da sie nur an einer physikalischen Kreisen nicht stets zugänglichen Stelle veröffentlicht ist.

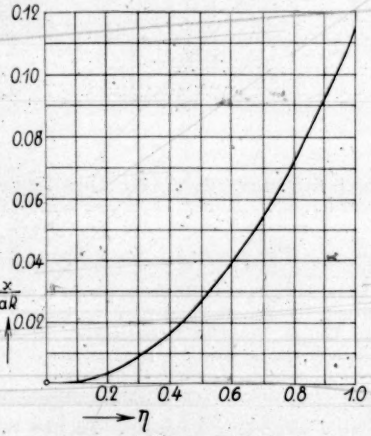


Fig. 2.

Die Messungen wurden ausgeführt an zwei gezogenen Messingrohren von 3 und 6 mm innerem Halbmesser mit abgerundetem Einlaufstück. Die Ergebnisse stammen teils von dem Beobachtungsmaterial zu einer Dissertation von Herrn Herbert Kirsten I, teils aus Beobachtungen, die der Verfasser mit der dankenswerten Hilfe verschiedener Mitarbeiter angestellt hat, und zwar der Herren Burbach, Kirsten I, Kirsten II und Reichhardt. Gemessen wurden stets bei allmählich steigenden Geschwindigkeiten die Widerstände aus dem Druckabfall längs der Meßstrecke. Deutlicher Anstieg des Widerstandes über den laminaren gilt als „kritischer Punkt" (für das Ende der Meßstrecke). Da es äußerst schwierig ist, konstante Einströmungsbedingungen zu erhalten, so ist in Anbetracht der Labilität der Erscheinung mit großen Streuungen zu rechnen, um so mehr, als sich die einzelnen Messungsreihen oft auf mehrere Wochen verteilen. Der Verlauf der Funktion (2) wird also nur in großen Zügen zu ermitteln sein.

Tabelle I zeigt zunächst die Beobachtungsergebnisse. Reihe I wurde gewonnen mit $a = 3$ mm und weitgehend beruhigtem Wasser im Vorratstrog, Reihe II am gleichen Rohr, jedoch mit dauerndem Zufluß zum Trog, Reihe III mit $a = 6$ mm und beruhigtem Wasser, Reihe IV am gleichen Rohr mit Zufluß zum Trog.

Die Tabelle enthält Beobacher, Anlauflänge x, relative Anlauflänge $\frac{x}{a}$ und kritische Zahl R_{kr}. Um einen einigermaßen glatten Kurvenverlauf für die Darstellung nach Gleichung (2) zu erhalten, wurden diese Beobachtungen zuerst aufgezeichnet (Fig. 3—6) und durch je eine Kurve schätzungsweise ausgeglichen. Für eine Anzahl Punkte dieser Kurven wurde dann in der oben angegebenen Weise $\frac{\delta}{a}$ und $\left(\frac{\overline{u}\cdot\delta}{\nu}\right)_{kr}$ berechnet und so die unteren Kurven der Fig. 7—10 erhalten. Da nach der benützten Theorie der Zusammenfluß der Grenzschicht bei $\frac{x}{aR} = 0{,}115$ erreicht ist, gilt der erwähnte Rechnungsgang nur jeweils bis zu dieser Stelle. Darüber hinaus ist $\left(\frac{\overline{u}\cdot\delta}{\nu}\right)_{kr} = \left(\frac{\overline{u}\cdot a}{\nu}\right)_{kr}$, also einfach $= R_{kr}$ eingetragen.

Außer den Kurven für $\left(\frac{\overline{u}\cdot\delta}{\nu}\right)_{kr}$ ist überall noch eine zweite für $\left(\frac{u\cdot\delta}{\nu}\right)_{kr}$ gezeichnet, wo u, wie oben, die Geschwindigkeit in der Achse, die der Kernströmung bedeutet. Man erhält $\frac{u\cdot\delta}{\nu}$ mit Benützung von (5) als:

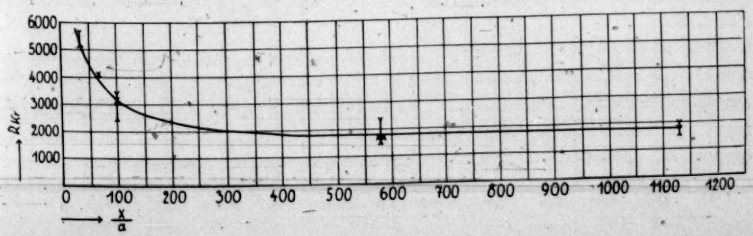


Fig. 3.

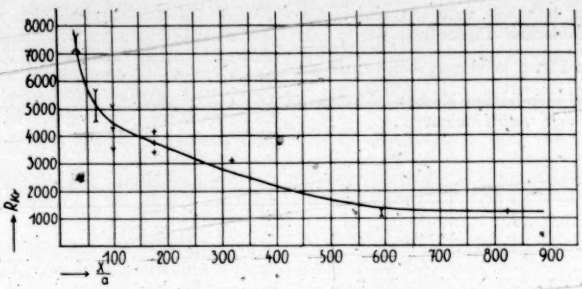


Fig. 4.

$$\frac{u \cdot \delta}{\nu} = \frac{\bar{u} \cdot \delta}{\nu} \cdot \frac{u}{\bar{u}} = \frac{\bar{u} \cdot \delta}{\nu} (1 + \eta). \quad (6)$$

Da nach dem Zusammenfließen der Grenzschicht $u = 2\bar{u}$ ist (Poiseuillesches Gesetz), gilt von $\frac{x}{aR} = 0{,}115$ aufwärts $\frac{u \cdot \delta}{\nu} = 2R_{kr}$ und ist überall so aufgetragen.

Für $\frac{x}{a} \to 0$ bzw. $\frac{\delta}{a} \to 0$ strebt u dem Wert $\bar{u}$ zu, da hier die Grenzschicht unendlich dünn, also die Durchschnittsgeschwindigkeit $\bar{u}$ gleich der Geschwindigkeit der Kernströmung u werden muß. Hier müssen also die beiden Kurven zusammenlaufen, und zwar bei einem Wert von $\frac{u \cdot \delta}{\nu}$, der etwa dem der Platte nach Gleichung (1c) entspricht, für die ja u und $\bar{u}$ an und für sich gleiche Bedeutung haben.

Unsere Versuche (ausgezogener Teil der Kurven) reichen nicht bis ganz an den Einlauf heran, kommen ihm aber durchweg so nahe, daß der Punkt ihres Zusammenlaufens bei $\frac{x}{a} = 0$ ziemlich gut festliegt. Für das enge Rohr ergeben sich die Werte 4250 und 2000, für das weitere 1850 und 1650, wobei die größeren Werte jeweils für die größere Störungsfreiheit im Vorratswasser gelten. Diese Werte gruppieren sich gut um den Wert 3000 für die Platte, ergeben also in recht befriedigender Weise den erwarteten Anschluß zwischen Platte und Rohr. Im einzelnen ist zu den Zahlwerten noch folgendes zu bemerken. Was die Zuströmungsverhältnisse im Vorratsraum anlangt,

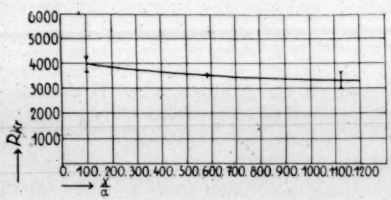


Fig. 5.

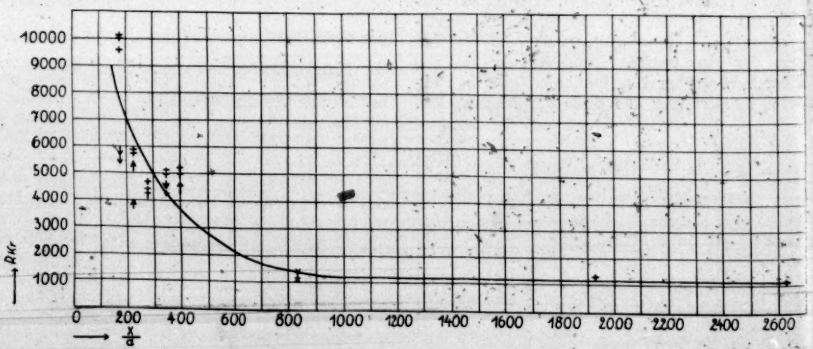


Fig. 6.

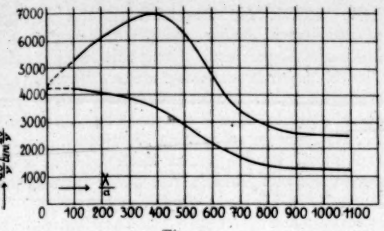


Fig. 7.

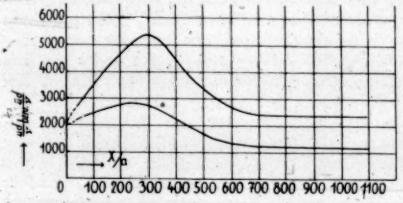


Fig. 8.

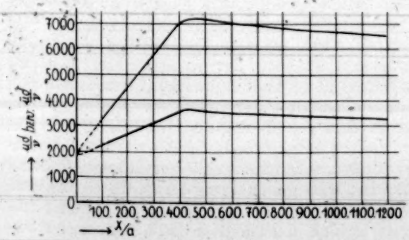


Fig. 9.

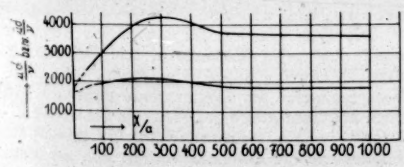


Fig. 10.

so dürfte bei unseren Versuchen gegenüber den Delfter Versuchen die größere Störungsfreiheit herrschen, dagegen ist die Gefahr einer Ablösung bei dem abgerundeten Rohreinlaufstück größer als bei der vorn zugeschärften Platte. Der größere Unterschied der beiden Werte bei dem engen Rohr (4250 und 2000) zeigt, daß hier die größere oder kleinere Störungsfreiheit im Vorratswasser das Ausschlaggebende war, während beim weiteren (1850 und 1650) wohl die Ablösung an dem nicht so günstig geformten Einlaufstück überwog.

Der weitere Kurvenverlauf ist in allen vier Fällen ähnlich, wenn auch quantitativ starke Abweichungen auftreten. Es ist natürlich nicht sicher, wieviel hiervon auf Schwankungen in den Zuströmungsverhältnissen zurückzuführen ist, doch dürfte der allgemeine Verlauf richtig wiedergegeben sein[1]). Ein wesentlicher Unterschied zwischen engem und weitem Rohr liegt in den Werten für R_{kr} bei großen Anauflängen. Während beim ersteren hier augenscheinlich wieder der „untere Grenzwert" 1100 bis 1200 gilt, liegen die Werte beim weiten Rohr beträchtlich höher: 1800 bzw. 3300, so daß es zumindest fraglich erscheint, ob hier bei weiterer Verlängerung R_{kr} bis 1200 sinken würde. Da bei dem engen Rohr es viel schwieriger ist, auf größere Strecken schwache Durchbiegungen zu vermeiden, so ist mit der Möglichkeit zu rechnen, daß hierdurch auf der „Strecke" neue Ablösungsmöglichkeiten entstehen, die R_{kr} herunterdrücken. Es ist also noch unsicher, ob bei idealer Streckenführung und kleinen Störungen stets schließlich die untere Grenze für $R_{kr} \backsimeq 1150$ erreicht wird, ob also unter allen Umständen ihre Überschreitung nur als „Anlaufeffekt" zu deuten ist[2]).

Zusammenfassend ist zu sagen, daß Versuche über die Abhängigkeit der kritischen Zahl der Röhrenströmung von der Anlauflänge bzw. Grenzschichtdicke befriedigenden Anschluß an den Wert der kritischen Zahl ergeben haben, der neuerdings von Burgers und van der Hegge Zijnen für die Strömung längs einer Platte gemessen wurde.

Herrn Professor Prandtl danke ich bestens für freundliche Durchsicht eines Entwurfs zur vorliegenden Arbeit und Bemerkungen, die er mir dazu zukommen ließ.

1) Nicht ganz übersehen darf hier werden, daß die scharfen Maxima, insbesondere für $\frac{u \cdot \delta}{\nu}$ mit den Näherungsannahmen unserer Theorie zusammenhängen können, da sie ungefähr dort liegen, wo in der Theorie an die Anlaufströmung die Poiseuillesche Verteilung ansetzt. Der asymptotische Übergang einer strengen Theorie wird hier etwas abflachend wirken.

2) Über die Bedeutung dieser Frage für die theoretische Seite des Turbulenzproblems vgl. W. Heisenberg, Über Stabilität und Turbulenz von Flüssigkeitsströmen. Ann. d. Phys. (4) **74**, 607, 1924.

Leipzig, Physikal. Inst. der Univ., 11. Dezember 1924.

(Eingegangen 12. Dezember 1924.)

Zur Theorie des periodischen Systems.

Von A. Sommerfeld.

Zweifellos sind die Grundvorstellungen von Bohrs Theorie des periodischen Systems gesund: der schrittweise Ausbau der Schalen, das Anwachsen der Hauptquantenzahl für eindringende Bahnen, die Vorwegnahme von höheren Bahntypen und die nachträgliche Ausfüllung von Lücken in den vorangehenden Schalen. Andererseits ist klar, daß spezialisierte Modell-Vorstellungen über die Bahnen nur im Anschluß an die spektroskopischen Erfahrungen ausgebildet werden können. Einen bedeutsamen Schritt in dieser Richtung sehe ich in dem von E. C. Stoner[1]) vorgeschlagenen Schema. Da in der Neuauflage meines Buches „Atombau und Spektrallinien" die das periodische System betreffenden Teile schon vor mehr als einem Jahre geschrieben wurden, konnte ich auf die Stonersche Arbeit nur im Vorwort kurz hinweisen. Ich benutze daher gern die Gelegenheit dieses Jubiläumsheftes, um diejenigen Punkte zu besprechen, in denen meine Darstellung des periodischen Systems in Kap. III, § 4 und 5 der Neuauflage, bereits überholt scheint.

Das Stonersche Schema ist gegenüber dem Bohrschen besonders deshalb vertrauenerweckend, weil es auf den gesicherten Erfahrungen über Zahl und Anordnung der Röntgenniveaus und auf der Zuordnung von Quantenzahlen zu diesen beruht. Es hat mehr einen arithmetischen als einen geometrisch-mechanischen Charakter, macht keine Voraussetzungen über die Symmetrie der Bahnanordnungen und verwendet nicht nur einen Teil, sondern die Gesamtheit der röntgenspektroskopischen Tatsachen.

1. Parallelismus zwischen optischen- und Röntgen-Termen.

Wie Grotrian[2]) zögernd und Landé[3]) bestimmt ausgesprochen haben, besteht zwischen den Röntgenniveaus und den Dublettermen im sichtbaren Gebiet der in der Tab. I wiedergegebene Parallelismus. Die erste Zeile der Tabelle enthält die Bezeichnung der Röntgenniveaus nach Bohr und Coster, die zweite Zeile diejenige Bezeichnung mit Doppelindizes, die ich in der Neuauflage meines Buches vorgeschlagen habe. Sie ist willkürfrei und gestattet ohne weiteres, alle Kombinationsmöglichkeiten der Niveaus untereinander abzulesen. Der erste Index soll im folgenden nach Landé mit k, der zweite mit j bezeichnet werden; (in meinem Buch habe ich statt dessen mit Bohr die unbestimmteren Zeichen k_1 und k_2 benutzt). Bedeutet S irgendeine der Schalen $K, L, M \ldots$, so wird also das allgemeine Symbol eines Röntgenniveaus S_{kj}. Für k und j gelten die von den sichtbaren Spektren her bekannten Auswahlregeln $\Delta k = \pm 1, \Delta j = \pm 1$ oder 0. Die dritte Zeile der Tabelle zeigt, daß Anzahl, Anordnung und Bezifferung der Niveaus durchaus dem Dublettcharakter der Alkalien entsprechen. Die Dubletterme sind dabei, von der bisherigen Übung abweichend, so indiziert, wie es sich für die höheren Multipletterme als nötig erwiesen hat und wie auch in meinem Buche durchweg geschehen ist: Der Index gibt direkt die innere Quantenzahl j an[1]). In der letzten Zeile endlich stehen die „Quantengewichte" des betreffenden Termes. Sie sind (bei der gegenwärtigen Zählung der j, vgl. Anm. 1) gleich $2j$. Aus den Quantengewichten bestimmen sich die Intensitäten der optischen Multiplettlinien nach den von Burger und Dorgelo entwickelten Regeln sowie auch die relativen Intensitäten zusammengehöriger Röntgenlinien[2]). Es ist die grundlegende Hypothese von Stoner, daß dieselben Quantengewichte auch die Elektronenzahlen der betreffenden Röntgenniveaus, bei voller Besetzung derselben, angeben.

Die L-Schale besteht also nach Stoner nicht aus $4+4$ Elektronen wie bei Bohr, sondern aus $2+2+4$ Elektronen. Die „Kubensymmetrie" der Achterschale geht dabei in noch höherem Maße verloren, als bei ihrer Auflösung in zwei tetraedrische Untergruppen. Ebenso wie die L-Schale verhält sich das erste

1) The distribution of electrons among atomic levels. Phil. Mag. **48**, 719, 1924. Zusatz bei der Korrektur: Vgl. auch das soeben erschienene Buch von Main Smith, Chemistry and atomic structure, London 1924 bei Benn. Es ist bemerkenswert, daß rein chemische Gesichtspunkte den Verf. dieses Buches zu derselben Systematik führen, wie die mehr physikalischen Gesichtspunkte bei Stoner.

2) W. Grotrian, Zeitschr. f. Phys. **8**, Anm. auf S. 117. 1922. Er fügt hinzu: „Der Versuch, diese Zuordnung als die richtige anzusehen, scheitert an der Unmöglichkeit, die relativistischen Dubletts zu erklären."

3) A. Landé, Zeitschr. f. Phys. **16**, 392, 1923, **24**, 88, 1924.

1) In meiner Normierung der j, welche gewichtige formale Vorteile bietet (vgl. mein Buch, 4. Aufl., Kap. 8) sind die j des Dublett-Systems eigentlich halbzahlig; die Indizes werden aber aus drucktechnischen Gründen ganzzahlig geschrieben, nämlich $= j + 1/2$ gesetzt. Die Quantengewichte, welche in meiner Normierung stets gleich $2j+1$ sind, werden daher im Dublettfalle gleich dem Doppelten der betreffenden Indizes. In der vorliegenden Arbeit werden wir der Kürze halber ebenso wie Stoner, die ganzzahligen Indizes selbst als die j-Werte bezeichnen, die Quantengewichte also gleich $2j$ setzen.

2) Vgl. mein Buch, 4. Aufl., S. 656, ferner E. C. Stoner, l. c. und A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 1925, Paschen-Heft, im Erscheinen.

Tabelle I.

K	L_{I}	L_{II}	L_{III}	M_{I}	M_{II}	M_{III}	M_{IV}	M_{V}	N_{I}	N_{II}	N_{III}	N_{IV}	N_{V}	N_{VI}	N_{VII}
K	L_{11}	L_{21}	L_{22}	M_{11}	M_{21}	M_{22}	M_{32}	M_{33}	N_{11}	N_{21}	N_{22}	N_{32}	N_{33}	N_{43}	N_{44}
1	$2s$	$2p_1$	$2p_2$	$3s$	$3p_1$	$3p_2$	$3d_2$	$3d_3$	$4s$	$4p_1$	$4p_2$	$4d_2$	$4d_3$	$4f_3$	$4f_4$
2	2	2	4	2	2	4	4	6	2	2	4	4	6	6	8

Stadium des Ausbaues der M-, N-, O-Schale, also das Äußere aller Edelgaskonfigurationen. Die vollständig ausgebaute M-Schale besteht nicht aus $6+6+6$, sondern aus $2+2+4+4+6$ Elektronen usw. Während bei Bohr die Periodenzahl $2n^2$ der $n$ten Schale aus n Untergruppen zu je $2n$ Elektronen besteht, wobei der erste Faktor n aus der Anzahl der verschiedenen Bahntypen n_k folgt, entsteht bei Stoner $2n^2$ aus der Summe

$$2(2+4+6+\cdots 2(n-1))+2n.$$

Die Bohrsche Systematik entspricht dem Standpunkt der Wasserstoff-ähnlichen n_k-Bahnen, von dem aus die Anzahl der L-, M-, N-Niveaus bzw. gleich 2, 3, 4 erwartet wurde. Die Stonersche Systematik dagegen trägt der vollen Zahl 3, 5, 7 der L-, M-, N-Niveaus Rechnung; an die Stelle der Bahntypen n_k treten sozusagen die Bahntypen n_{kj} der sichtbaren Dubletterme.

Die wohlbekannte, fundamentale Schwierigkeit des neuen Schemas besteht in der Existenz der relativistischen Röntgendubletts (vgl. z. B. die auf S. 70, l. Sp., Anm. 2 zitierte Äußerung von Grotrian). Nach der Bedeutung der relativistischen Formel müßte nämlich die Rolle der k und j in der Bezifferung des Röntgenniveaus S_{kj} gerade umgekehrt werden. Wie fundamental und allgemein diese Schwierigkeit ist, zeigt sich besonders deutlich darin, daß auch die sichtbaren Dubletts nach Landé und Millikan, wenn auch mit einem geringeren Grade der Annäherung, der relativistischen Formel folgen. Zur Überwindung dieser Schwierigkeit werden wir hier nichts beitragen. Vielmehr werden wir uns darauf beschränken, aus dem Stonerschen Schema einige Folgerungen über die Systematik des periodischen Systems und der spektroskopischen Terme zu ziehen.

2. Abgeschlossene Schalen oder Untergruppen.

Wir gehen von der Annahme aus, daß mit jeder abgeschlossenen Untergruppe des Atombaues eine symmetrische Konfiguration der Elektronenbahnen erreicht wird, bei der sich die Impulsmomente und magnetischen Momente der Bahnen gegenseitig kompensieren. Dem entspricht zunächst das diamagnetische Verhalten sämtlicher Edelgase, einschließlich des Heliums. Auch das *He*-Modell darf m. M. n. kein resultierendes Impulsmoment besitzen[1]).

Abgeschlossene Schalen im Stonerschen Sinne finden wir aber nicht nur bei den Edelgasen am Ende jeder Periode, sondern nach je zwei Schritten am Anfange jeder Periode, beim Ausbau der Schalen L_{11}, M_{11}, N_{11}, O_{11}, P_{11}, also zunächst bei den Erdalkalien *Be*, *Mg*, *Ca*, *Sr*, *Ba*. Zum zweiten Male, nach Auffüllung der M-, N-, O-Schale, wird die N_{11}-, O_{11}-, P_{11}-Schale abgeschlossen bei den Elementen *Zn*, *Cd*, *Hg*. Bei letzteren haben wir eine doppelte magnetische Evidenz für den abgeschlossenen Charakter ihres Aufbaues: aus dem diamagnetischen Verhalten ihres Dampfes und aus dem Atomstrahlversuche von Stern, der bei allen drei Elementen die Ablenkung Null ergab. Ferner haben wir bei diesen Elementen und bei sämtlichen Erdalkalien eine spektroskopische Evidenz für den Abschluß einer Untergruppe: Der Grundterm ist ein Singulett-S-Term, besitzt also (in meiner Zählung) die Quantenzahl $j=0$. Fassen wir nämlich j auf als resultierendes Impulsmoment des ganzen Atoms, so heißt $j=0$: Kompensation der Einzelmomente beider Valenzelektronen, wie sie etwa durch die Kramerssche Zeichnung des *Be*-Modell im Bohr-Hefte der „Naturwissenschaften" (zwei gleiche komplanare Bahnen von entgegengesetztem Umlaufssinn) veranschaulicht wird.

Sodann haben wir abgeschlossene Schalen in der vierten Vertikalreihe, nach Ausbau der Gruppen L_{21}, M_{21}, N_{21}. Hiernach werden wir z. B. bei *C* und *Si* spektroskopische Grundbahnen mit $j=0$ erwarten; diese Erwartung scheint sich bei *Si* zu bestätigen, wo nach einer Arbeit von Mc Lennan und Shaver[2]) das bisher aufgefundene tiefste Niveau ein Triplett-p_0-Term ist (in der üblichen Paschenschen Bezeichnung ein p_3-Term). Auch die von Gerlach festgestellte Nichtablenkbarkeit von *Pb* im Atomstrahlversuch, bei welchem Element die P_{21}-Schale abgeschlossen wird, spricht für $j=0$; der von Grotrian[3]) aufgefundene

1) Vgl. die Diskussion in Kap. III, § 7 der 4. Aufl. meines Buches.
2) Trans. Roy Soc. of Canada 18, Mai 1924.
3) Zeitschr. f. Phys. 18, 169, 1923.

Grundterm des *Pb*-Spektrums (von ihm als $2\,p_4$ bezeichnet) wäre hiernach vermutlich als p_0-Term zu klassifizieren.

Auf die Verhältnisse beim Abschluß der Untergruppen M_{32}, N_{32}, N_{43} kommen wir in Abschnitt 5 zurück.

3. Die auf eine abgeschlossene Schale unmittelbar folgenden Atome.

Wir müssen annehmen, daß die zur gleichen Schale S_{kj} gehörenden Elektronenbahnen unter sich gleichartig und vertauschbar sind, also den gleichen Bahntypus haben. Damit soll aber nicht gesagt sein, daß die Grundbahnen aller derjenigen Atome, welche durch Anlagerung dieser Bahnen entstehen, in gleicher Weise durch die Quantenzahlen k und j der Schale S_{kj} zu klassifizieren sind. Sahen wir doch bereits bei den Erdalkalien, daß nach Anlagerung von zwei Bahnen in der Schale L_{11}, M_{11}, N_{11}, eine Grundbahn S mit $j=0$ entsteht, wobei offenbar eine Kompensation der Impulsmomente der Einzelbahnen stattfindet.

Wohl aber können wir bei dem jeweils ersten Element einer neuen Schale erwarten, daß die Quantenzahl j der Schale für den Bahntypus n_{kj} der Grundbahn des neuen Elementes maßgebend sein wird. Denn die gerade abgeschlossene Schale hat den Gesamtimpuls $j=0$; die neu hinzukommende Bahn bestimmt also, indem sie ihr Impulsmoment addiert, den Gesamtimpuls des Atomes, d. h. die Quantenzahl j seiner Grundbahn.

Dabei ist folgender Umstand zu beachten: Das Röntgenniveauschema ist ein geradzahliges (Dublettsystem, eigentlich mit halben j-Werten zu schreiben, vgl. Anm. 1 auf S. 70, r. Sp.). Die sichtbaren spektroskopischen Terme dagegen sind abwechselnd geradzahlig und ungeradzahlig (abwechselnd halbe und ganze j-Werte). Die abgeschlossenen Schalen stehen stets an den geraden Stellen des periodischen Systems; die ihnen entsprechenden Atome haben ungeradzahlige Termstruktur (ganze j, nämlich $j=0$). Die ersten darauf folgenden Atome stehen also jedenfalls an ungeraden Stellen und haben daher geradzahlige Termstruktur. Hier ist also eine Identifizierung ihres j mit dem j der bei ihnen anhebenden Schale S_{kj} formal möglich, bei den an gerader Stelle stehenden Elementen wäre eine solche schon aus formalen Gründen (ganze und halbe j-Werte) ausgeschlossen.

Wir prüfen daraufhin die ersten Elemente der Schalen L_{11}, M_{11}, N_{11}, d. h. die Alkalien und Edelmetalle. Ihre Grundbahnen sind bekanntlich Dublett-s-Terme, haben also nicht nur $k=1$, wie Bohr bei der Fundierung seines Systems hervorhebt, sondern auch $j=1$. Indem wir auf den letzteren Punkt das Schwergewicht legen, können wir sagen, daß sich der Dublettcharakter der Alkalien und Edelmetalle allein aus ihrer Stellung im periodischen System ableiten läßt, da nur im Dublettsystem der s-Term mit dem j-Werte 1 (bzw. $^1/_2$) auftritt.

Wir betrachten zweitens die ersten Elemente der Schalen L_{21}, M_{21}, N_{21}, also die Elemente *B, Al, Ga, In, Tl*. Ihre Grundbahnen sind nach den vorliegenden Absorptionsmessungen sämtlich Dublett-p_1-Bahnen, haben also $k=2$, $j=1$, wie es durch die Schalenbezeichnung S_{21} angezeigt wird. Ebenso wie B verhält sich nach seiner Stellung im periodischen System C^+, dessen Grundterm von A. Fowler bekanntlich ebenfalls als p_1-Term erkannt ist. Dieser Umstand zeigt, daß die p_1-Bahn in der dritten Vertikalreihe nicht eine periphere Zufälligkeit der betreffenden Atome darstellt, sondern daß sie in den Aufbaugesetzen des Systems begründet ist. Auf die besondere spektroskopische Bedeutung des Umstandes, daß wir es hier mit einem p_1-, nicht mit einem p_2-Term zu tun haben (in der gewöhnlichen Paschenschen Bezeichnung mit einem p_2-, nicht mit einem p_1-Term), kommen wir im nächsten Abschnitt zurück.

Die Gruppen L_{22}, M_{22}, N_{22} beginnen mit den Elementen *N, P, As, Sb, Bi*, über deren spektroskopische Grundbahnen nichts bekannt ist. Wir erwarten, daß sie sich als p_2-Terme erweisen werden, sei es im Dublett-, sei es in einem höheren geradzahligen System (Quartett, Sextett); vgl. hierzu ebenfalls den folgenden Abschnitt.

Die Schalen M_{32}, N_{32}, O_{32} beginnen, wie wir im letzten Abschnitt näher ausführen werden, mit den Elementen Sc^{++}, Y^{++}, La^{++}, und haben als Grundbahn einen d-Term oder, wie wir unbedenklich präzisieren können, einen d_2-Term, also $k=3$, $j=2$ gemäß unserer Erwartung.

Bei welchen Elementen die Schalen M_{33}, N_{33}, O_{33}, N_{43}, N_{44} anheben, läßt sich, wie wir ebenfalls im letzten Abschnitt besprechen werden, nicht genau feststellen. Diesbezügliche spektroskopische Voraussagen müssen daher unterbleiben.

4. Verkehrte Terme.

Die Analyse der komplizierten Spektren hat mehrfach „verkehrte" Terme zutage gefördert, d. h. solche, deren Zahlwert mit abnehmendem j abnimmt, während er bei „regelrechten" Termen zunimmt. Insbesondere sind

bekanntlich im Eisenspektrum alle Terme verkehrt. Da nun die Grundbahn stets einem maximalen Termwert entsprechen muß, können wir aus unseren Voraussagen über die Grundbahnen gewisser Elemente entscheiden, ob die betreffenden Terme regelrechten oder verkehrten Charakter haben werden.

Zunächst stellen wir fest: Bei den Elementen *B; Al, Ga, In, Tl, C+* muß der *p*-Term regelrecht sein, damit sein p_1-Niveau ($j=1$) Grundbahn und Absorptionsniveau sein kann. Dies entspricht bekanntlich der Erfahrung.

Dagegen muß bei den Elementen *N, P, As, Sb, Bi* der *p*-Term verkehrt sein, sofern hier ein Dubletterm vorliegt; denn sonst könnte p_2 ($j=2$) nicht die Grundbahn dieser Elemente darstellen. Sollte hier aber die Multiplizität höher sein (Quartett-, Sextettsystem), so müßte der Term „partiell verkehrt" sein, so zwar, daß von den verschiedenen *p*-Niveaus dasjenige mit $j=2$ das tiefste wäre. (Ein partiell verkehrter Term ist bei *Fe* festgestellt worden; ähnliches scheint bei *Pb, Ne* usw. häufiger vorzukommen.)

Man könnte auch daran denken, das Auftreten eines verkehrten Triplett-*p*-Terms[1]) als Grundbahn bei *O* und *S* mit der Indizierung der L_{22}- und M_{22}-Schale in Zusammenhang zu bringen. Jedoch scheint dies unberechtigt. Allerdings ist nur bei verkehrter Lage des Grundtripletts das tiefste Niveau ein p_2-Term. Aber *O* und *S* sind die zweiten Elemente ihrer Schale; infolgedessen ist hier nicht wie bei den vorangehenden ersten Elementen *N* und *P* die Identifizierung zwischen dem *j* der Schale und dem *j* der Elektronenbahn gerechtfertigt; um so weniger, als die Aussage $j=2$ bei geradzahligen und ungeradzahligen Termen eigentlich etwas Verschiedenes bedeutet (wegen des halbzahligen Charakters der *j* bei jenen). Eher wäre eine Aussage über die *k* bei diesen und den folgenden Elementen zulässig. Denn nach der üblichen Deutung gehört das *k* zur einzelnen Elektronenbahn, das *j* zum ganzen Atom. Wir könnten also, wie es oft geschieht, von allen Bahnen der L_{22}, M_{22}, M_{23}... Schale erwarten, daß sie *p*-Termen, von allen Bahnen der M_{3j}, N_{3j}... Schale, daß sie *d*-Termen entsprechen werden. Aber auch dieser Schluß ist, wie wir im folgenden Abschnitt sehen werden, nicht ausnahmslos durchführbar.

5. Umbau bzw. Ausbau der Schalen.

Herr Stoner hat bereits selbst betont, daß nach seinem Schema nicht von einem Umbau der Schalen, sondern vielmehr von einem Weiterbau oder Anbau neuer Schalen zu sprechen ist. Z. B. schließt mit Argon die M_{22}-Schale ab; was zur Vervollständigung der *M*-Schale fehlt, ist die M_{32}- und M_{33}-Schale mit $4+6$ Elektronen. Also kein Umbau der $4+4$ Elektronen auf $6+6+6$ Elektronen wie bei Bohr, sondern ein Ausbau der $2+2+4$ Elektronen der Argon-Schale zu $2+2+4+4+6$ Elektronen der vollen *M*-Schale.

Tabelle II.

	M_{11}	M_{21}	M_{22}	M_{32}	M_{33}	N...
18 *A*	2	2	4			
19 *Sc*++	2	2	4	1		
20 *Sc*+	2	2	4	2		
21 *Sc*	2	2	4	3		
22 *Ti*	2	2	4	2		2

Lehrreich ist dabei der in Tabelle II dargestellte Sachverhalt. Indem wir die Angaben über die *K*- und *L*-Schale unterdrücken, stellen wir in der ersten Zeile die Besetzung der *M*-Schale bei *A* dar. In der zweiten und dritten Zeile wählen wir als Repräsentanten der Atomnummern 19 und 20 an Stelle von *K* und *Ca* die Atome *Sc*++ und *Sc*+. Während nämlich bei *K* und *Ca* ein gewissermaßen inkonsequentes Vorausgreifen in die N_{41}-Schale mit 1 bzw. 2 Elektronen stattfindet, wie man aus der Bohrschen Systematik weiß, wird innerhalb des *Sc*-Atoms die *M*-Schale folgerichtig weitergebaut. Daß *Sc*++ als Grundbahn einen *d*-Term hat, folgt nach Bohr aus dem Vergleich der Termgrößen von *K* und *Ca*++ und ihrer Extrapolation auf *Sc*++ (am deutlichsten graphisch nach Wentzel vgl. Fig. 112, S. 559 der 4. Aufl. meines Buches). Wenn wie anzunehmen dieser *d*-Term regelrecht ist, wird daher die Grundbahn von *Sc*++, eine d_2-Bahn, gehört also genau zur M_{32}-Schale. Auch *Sc*+ hat zur Grundbahn einen *d*-Term, den wir ebenfalls der M_{32}-Schale zuordnen werden. Der Grundterm des neutralen *Sc* wurde von Catalan als Dublett-*p*-Term beschrieben; Gieseler und Grotrian[1]) zeigten aber, daß er als (regelrechter) *d*-Term zu deuten ist; die Grundbahn ist also auch hier eine d_2-Bahn.

Unsere Tabelle wäre vollauf befriedigend, wenn wir mit *Ti* die M_{32}-Schale abschließen und das 22. Elektron ebenfalls in diese Schale setzen dürften. Das ist aber keineswegs der Fall. Vielmehr ist der Grundterm von *Ti*, sowie

1) Entdeckt von Hopfield, nach Laporte gedeutet in meinem Buch, 4. Aufl., S. 598.

1) Zeitschr. f. Phys. **25**, 342, 1924.

auch derjenige von Ti^+ ein f-Term[1]). Wir mußten daher in Tab. II die beiden äußersten Elektronen von Ti, statt in die M_{32}-Schale, an eine (unbestimmt gelassene) Stelle der N-Schale setzen und müssen annehmen, daß hier abermals eine gewisse Inkonsequenz im sukzessiven Schalenbau stattfindet. Im weiteren Verlauf der Eisengruppe wiederholen sich solche Vorkommnisse (es wechseln f-, s- und d-Bahnen scheinbar regellos miteinander ab, vgl. die zitierte Arbeit von Meggers, Kieß und Walters) so daß wir über den Abschluß der M_{32}-Schale und den Beginn der M_{33}-Schale vorläufig kein klares Bild haben. Das Auftreten von f-Termen (in den Grundbahnen von Ti, Ti^{++}, V, V^+) zeigt dabei, wie wir im vorigen Abschnitt sagten, daß in diesen komplizierteren Teilen des periodischen Systems auch die Quantenzahl k des Grundterms nicht eindeutig und ausnahmslos durch die Indizierung der Schale S_{kj} bestimmt ist (von der Quantenzahl j des Grundterms haben wir dies überhaupt nur bei dem ersten Elemente jeder Schale erwartet, vgl. Abschnitt 3).

Die Verhältnisse der Tab. II kehren genau wieder bei Y und La, indem nämlich mit Y^{++} und La^{++} die N_{32}- und O_{32}-Schale beginnt. Dieser Umstand veranlaßte uns in Abschnitt 3 die Elemente Sc^{++}, Y^{++} und La^{++} als Repräsentanten und erste Glieder der Schalen M_{32}, N_{32}, O_{32} anzuführen.

Ein besonderes Interesse beansprucht die Gruppe der 14 seltenen Erden. Wie Stoner hervorhebt, werden in dieser die 6+8 Stellen der Schalen N_{43} und N_{44} ausgefüllt; und zwar scheint hier die Sonderung in Cererden und Yttererden und das paramagnetische Verhalten ihrer Ionen darauf hinzuweisen[2]), daß der Ausbau der Gruppe N_{43} nahezu abgeschlossen ist, bevor der Ausbau der Gruppe N_{44} beginnt. Daß andererseits in der Eisengruppe der Ionen-Paramagnetismus sich nicht in zwei Erhebungen sondert, entsprechend den beiden Schalen M_{32} und M_{33}, sondern einen einheitlichen Auf- und Abstieg zeigt, scheint zu zeigen, daß hier mit dem Aufbau der M_{33}-Schale begonnen wird, bevor die M_{32}-Schale abgeschlossen oder nahezu abgeschlossen ist.

Schlußbemerkungen und Zusammenfassung.

Die in der Einleitung betonte Schwierigkeit bei der Deutung der relativistischen Dubletts im Röntgen- und sichtbaren Gebiet beeinträchtigt natürlich auch das Verständnis des periodischen Systems und der im vorstehenden besprochenen Gesetzmäßigkeiten. Wollte man, wie es die relativistischen Dubletts verlangen, die Bedeutung der k und j vertauschen, so würde der Zusammenhang der j mit den magnetischen Momenten und die Zuordnung von $j=0$ zu den abgeschlossenen Schalen unverständlich werden. Man ist versucht, von da aus die Realität der Atommodelle und der sie aufbauenden Elektronenbahnen bis zu einem gewissen Grade in Zweifel zu ziehen, vgl. hierzu z. B. meinen Innsbrucker Vortrag. Jedenfalls müssen wir uns fürs erste, unter Ausschaltung näherer Modellvorstellungen, auf einen empirischen Standpunkt stellen. Durch die Systematik der Röntgenspektren kennen wir zwei Quantenzahlen k und j, die den Aufbau der sukzessiven Atomschalen bestimmen. Diese Quantenzahlen spiegeln sich in den Grundbahnen der sichtbaren Spektren wieder, nach folgenden im vorstehenden besprochenen Regeln:

1. Die Atome, deren äußere Schale im Stonerschen Sinne abgeschlossen ist, sind durch den Wert $j=0$ und durch diamagnetisches Verhalten ausgezeichnet. Beispiel: Edelgase, S-Term und Diamagnetismus in der zweiten, vermuteter p_0-Term in der vierten Vertikalreihe des periodischen Systems.

2. Die Atome, welche auf abgeschlossene Schalen unmittelbar folgen, besitzen in ihren Grundbahnen dieselben Quantenzahlen k und j wie die hier beginnenden Atomschalen. Beispiel: s-Term der Alkalien und Edelmetalle, p_1-Term der Erden und des ionisierten C-Atoms, d_2-Term der Elemente Sc^{++}, Y^{++}, La^{++}.

3. „Verkehrte" Terme lassen sich voraussehen, wenn die Grundbahn ein p_2-Term sein würde, z. B. bei N, P, ...

4. Bei der Ausfüllung tieferer Schalen handelt es sich nicht um einen Umbau schon begonnener, sondern um einen Einbau neuer Schalen. Beispiel: Der Anfang der Eisengruppe bei Sc. Im weiteren Ausbau der Eisengruppe treten Unregelmäßigkeiten auf. Der Paramagnetismus der Ionen der seltenen Erden entspricht dem Einbau zweier N-Schalen (N_{43} und N_{44}).

Man darf hoffen, daß die weitere Prüfung dieser Regeln auch auf die modellmäßige Bedeutung der Quantenzahlen k und j neues Licht werfen möge.

(Eingegangen 22. Dezember 1924)

1) Diese und die folgenden Angaben entnehmen wir der inhaltreichen Untersuchung von Meggers, Kieß und Walters in Journ. Optical Soc. of America **9**, 355, 1924.

2) Vgl. meine S. 70, r. Sp., Anm. 2, zitierte Annalenarbeit.

Ein Vorlesungsversuch über Resonanz.

Von R. Wachsmuth und W. Schütz.

Die Erscheinung der Resonanz bildet die Erklärung unzähliger Versuche auf den verschiedensten Gebieten der Physik. Die Vorträge der Gegenwart über elektrische Schwingungen und ihre Bedeutung für den Rundfunk gehen zumeist von einem Resonanzversuch aus, dem bekannten Versuch des Mitklingens einer zweiten Stimmgabel bei Anregung einer gleichgestimmten ersten. Es scheint nicht allgemein bekannt, daß ein entsprechender Versuch sich bereits in den Tagebüchern Leonardo da Vinci's findet, wo er angibt, wie die Saite einer Laute durch eine gleichgestimmte Saite einer anderen Laute in Mitschwingen versetzt wird „und dies wirst du sehen durch Auflegen eines Strohhalmes auf die Saite, so der gespielten gleich ist." Helmholtz hat in seiner Analyse der Klänge durch Mittönen in den „Tonempfindungen" eine Reihe von Versuchen zur Wahrnehmung und zur Demonstration angegeben. Doch liefert uns die moderne Technik durch ihre Verstärker-Kästen ein weit besseres Hilfsmittel, das den bei großem Hörerkreis immerhin mühsamen Versuch des Mithörens entbehrlich macht.

Direkt neben einer Zinke der empfangenden Stimmgabel wird ein von seiner Schallplatte befreiter Kopfhörer befestigt. Sobald die Stimmgabel anfängt zu schwingen, vibriert ihre Zinke gegen den Magneten des Hörers und erzeugt dadurch in seiner Spule einen schwachen Wechselstrom. Dieser Strom bedarf nur noch der Verstärkung, um wahrnehmbar zu werden. Schickt man ihn also in einen Verstärker und schließt den heraustretenden verstärkten Strom durch einen Detektor und ein Galvanometer, so kann man verhältnismäßig starke Gleichströme erzielen und zur Messung bringen.

Wir haben für die Versuche einen Dreifachverstärker mit Ausgangsstransformator verwendet. Ohne diesen würde der Anodenstrom durch das Galvanometer gehen und man müßte den Ruhestrom durch geeignete Schaltung kompensieren. Die Empfindlichkeit unseres Galvanometers betrug pro Skalenteil bei 3×10^{-5} Volt 3×10^{-9} Ampere.

Als Empfänger benutzten wir eine Stimmgabel $b' = 461$ Schwingungen auf Resonanzkasten. Als Tonsender kann man eine gleiche Gabel verwenden, muß dann aber mit einem Laufgewicht erst den Sender, dann den Empfänger verstimmen, ist also wegen der Veränderung der Masse nicht mehr sicher, dauernd unter gleichen Bedingungen zu arbeiten. So haben wir trotz gleicher Tonhöhe durch verschiedene Verteilung der Zusatzmasse an den Sender einen Unterschied in der Resonanzwirkung beobachtet. Dabei wurde die Erregungsamplitude durch einen zweiten Telephonmagneten in der Nähe der Gabel kontrolliert.

Sehr gut eignet sich dagegen als Tonsender eine Lippenpfeife mit verschiebbarem Stempel. Wir haben sie mit komprimierter Luft aus einem Stahlzylinder angeblasen. Ein seitlich angebrachtes Wassermanometer sicherte die Stetigkeit des Blasedrucks (z. B. 10 cm Wasser). Die Pfeife hat gegenüber der Stimmgabel den Vorteil, kontinuierlich verstimmbar zu sein, während man zur Tonänderung bei einer Stimmgabel (elektromagnetisch erregt) jeweils den Erregungsstrom unterbrechen muß.

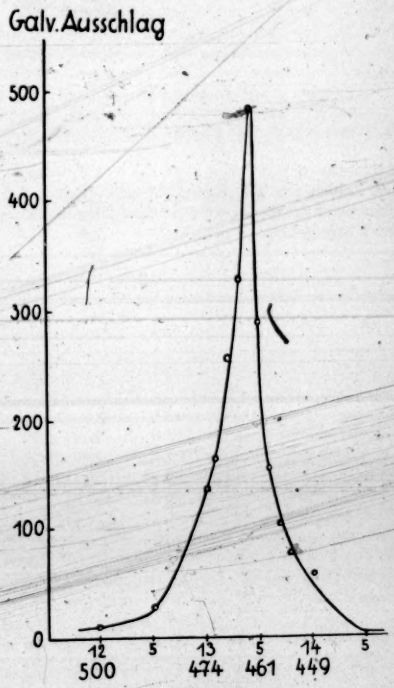


Fig. 1.

Nachfolgende Tabellen und Figuren geben Beispiele, wie scharf die Resonanz bei genügendem räumlichen Abstand zwischen Sender und Empfänger sich ausprägt und wie man durch Annäherung der Pfeife an den Resonanzkasten der Gabel die zwei Maxima erhält. Als Ordinaten sind die Galvanometerausschläge, als

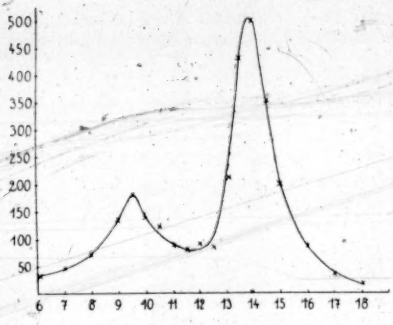


Fig. 2.

Abszissen die Schwingungszahlen aufgetragen. Die Zahlen der Tabelle sind in willkürlicher, den Schwingungszahlen proportionaler Zentimeterteilung angegeben.

Tabelle I: Lose Koppelung.

cm	Schw.-Zahlen	Galv. Ausschl.	cm	Schw.-Zahlen	Galv. Ausschl.
10,0		13	13,4		490
10,5		13	13,5	461	280
11,0		3	13,6		153
11,5		8	13,7		104
12,0	500	8	13,8		79
12,5		24	13,9		73
13,0	474	137	14,0	449	58
13,1		165	14,5		4
13,2		258	15,0	423	15
13,3		330			

Tabelle II: Enge Koppelung.

cm	Schw.-Zahlen	Galv. Ausschl.	cm	Schw.-Zahlen	Galv. Ausschl.
2		15	11,5		80
3		15	12,0	500	90
4		20	12,5		85
5		30	13,0	474	210
6		32	13,5	461	430
7		45	14,0	449	500
8		70	14,5		350
9,0		130	15		200
9,5	558	180	16		85
10,0		140	17		35
10,5		120	18		20
11,0		90	19		0

Frankfurt a. M., Physikal. Institut.

(Eingegangen 16. Dezember 1924.)

Zur Theorie des Strömungsäthers.

Von Otto Wiener.

In Innsbruck[1]) berichtete ich darüber, daß der von mir eingeführte kräftefreie Strömungsäther die Eigenschaften einer Flüssigkeit mit denen eines festen elastischen Körpers verbindet und somit den Forderungen entspricht, die Fresnel an die Eigenschaften des Äthers stellen mußte, als er die Annahme der Seitlichkeit der Lichtschwingungen zur Erklärung der Malusschen Polarisationserscheinungen in die Physik einführte. Da sich beim Innsbrucker Vortrag größere Ausführlichkeit verbot und meine Theorie sich seit der ersten Veröffentlichung[2]) als verbesserungsbedürftig erwiesen hat[3]), so dürfte es für denjenigen, der sich damit vertraut machen will, vielleicht erwünscht sein, die wichtigsten Punkte, die die Grundlagen der ganzen Theorie bilden, zusammengestellt zu erhalten. Darüber hinaus soll die vorliegende Abhandlung ein weiteres Beispiel einer Anwendung des Grundgesetzes bringen.

1. Die mathematische Fassung des Grundgesetzes.

Das Grundgesetz bestimmt die Beschleunigung eines Ätherpunktes, wenn seine Eigengeschwindigkeit und die seiner Umgebung bekannt ist. Es besagt, daß die Richtung der Beschleunigung in der Schmiegungsebene der Stromlinie senkrecht zur Geschwindigkeit liegt und ihre Größe dadurch bestimmt wird, daß die Unzusammendrückbarkeit des Äthers erhalten, d. h. daß die Divergenz der Geschwindigkeit Null bleibt.

Der mathematische Ausdruck für die Beschleunigung ist dann, in Vektorform geschrieben:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = F\,\frac{\mathfrak{u} \times (\mathfrak{U} \times \mathfrak{u})}{\mathfrak{u}^2} = F\mathfrak{G}, \qquad (1)$$

worin F eine noch zu bestimmende skalare Funktion und $\mathfrak{u}$ die Geschwindigkeit des Ätherpunktes bedeutet. Ferner ist

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{u} \triangle \mathfrak{u}, \qquad (2)$$

die „Strömungsbeschleunigung", die die „Ortsbeschleunigung" $\partial\mathfrak{u}/\partial t$ zur „persönlichen Beschleunigung" $d\mathfrak{u}/dt$ ergänzt gemäß dem Eulerschen Satze:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} + \mathfrak{U}. \qquad (3)$$

Das doppelte Vektorprodukt $\mathfrak{u} \times (\mathfrak{U} \times \mathfrak{u}$ besitzt dann eine Richtung, die, auf $\mathfrak{u}$ senkrecht

1) Phys. Zeitschr. **25**, 552, 1924.
2) Abh. d. Sächs. Akad. **38**, 1921, vorgetragen 1. 7. 1920.
3) Ber. d. Sächs. Akad. **75**, 132, 1923; **76**, 170, 1924.

stehend, in der durch die Richtungen von $\mathfrak{u}$ und $\mathfrak{U}$ gehenden Ebene liegt. Nun ist aber die Strömungsbeschleunigung $\mathfrak{U}$ diejenige Beschleunigung, die der Punkt annehmen würde, wenn $\partial\mathfrak{u}/\partial t$ gleich Null wäre, also ihn stationär auf der gegebenen Stromlinie weiterführen würde. Somit liegt $\mathfrak{U}$ in der Schmiegungsebene der Stromlinie und somit auch die Richtung von $\mathfrak{u} \times (\mathfrak{U} \times \mathfrak{u})$, und damit auch von $d\mathfrak{u}/dt$. Diese Beschleunigung hat also die vom Grundgesetz verlangte Richtung [1]).

Die Größe $\mathfrak{u}^2$ im Nenner von (1) ist lediglich zu dem Zweck eingeführt, daß F dimensionslos wird.

F selbst ist dann so zu bestimmen, daß wird:

$$\operatorname{div} \frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = 0, \tag{4}$$

oder mit Rücksicht auf (3), daß wird:

$$\operatorname{div} \frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \operatorname{div} \mathfrak{U} = D. \tag{5}$$

Aus (1) folgt dann:

$$D = F \operatorname{div} \mathfrak{G} + \mathfrak{G} \cdot \nabla F. \tag{6}$$

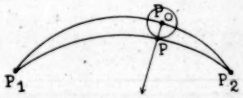
Aus dieser Differenzialgleichung, in der alle Größen außer F bekannt sind, ist also F zu bestimmen.

Die ursprüngliche mathematische Fassung des Grundgesetzes war bedeutend verwickelter [2]). Es sollte die Forderung — Forderung I, die der Hertzschen Forderung der geradesten Bahn entspricht — zum Ausdruck bringen, daß der Unterschied des Absolutwertes der Geschwindigkeit eines Punktes in zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten sowohl in den Größen erster, als auch in denen zweiter Ordnung ein Minimum sein soll. Aus der ersten Forderung — betreffend die Größen erster Ordnung — folgte dann, daß die Beschleunigung senkrecht zur Geschwindigkeit stehen muß und die zweite Forderung — betreffend die Größen zweiter Ordnung — mußte dann erfüllt werden unter Einhaltung dieser Bedingung und unter Einhaltung der Bedingung (4).

Der Ansatz in meiner ersten Abhandlung, der die Forderung I auf Grund eines Variationsverfahrens mathematisch fassen sollte, hat sich aber als nicht stichhaltig erwiesen [3]). Auch ein zweiter Versuch [4]), eine Ableitung aus der Forderung I zu gewinnen, wenngleich er mathematisch auf die obige Gleichung (1) führte, erwies sich als verfehlt, so daß ich jetzt überhaupt bezweifle, daß man aus der Forderung I die Beschleunigung ableiten kann.

Dagegen kommt man einwandfrei zu der eingangs gekennzeichneten mathematischen Fassung des Grundgesetzes und zu Formel (1), wenn man die folgende Forderung stellt [1]) — Forderung II —:

Die Beschleunigung eines Punktes P_0 soll eine solche Richtung P_0P erhalten, daß bei fest vorgeschriebener absoluter Größe der unendlich kleinen Entfernung P_0P der unendlich kleine Bogen der Strömungslinie $P_1P_0P_2$, worauf P_0 liegt, bei festgehaltenen Endpunkten P_1P_2, möglichst verkürzt wird (vgl. Figur). Die absolute



Größe der Beschleunigung ist dann so zu bestimmen, daß die Unzusammendrückbarkeit des Äthers erhalten bleibt.

Man erkennt, daß diese Fassung zwar noch Ähnlichkeit hat mit dem Hertzschen Gesetz der geradesten Bahn, aber doch nicht mehr genau auf dasselbe hinauskommt.

Die von mir bisher behandelten Beispiele, einschließlich des hier neu hinzukommenden, beziehen sich nur auf den zweidimensionalen Fall. Dabei fallen alle Schwierigkeiten weg. Aus Forderung I wie II würde nur folgen, daß die Richtung der Beschleunigung auf der Geschwindigkeit senkrecht steht bei erhaltener Unzusammendrückbarkeit des Äthers. Der allgemeine Ansatz (1) hat sich erst bei dreidimensionalen Beispielen zu bewähren.

2. Die Behandlung der Differenzialgleichung.

Die Differenzialgleichung (6) ist am leichtesten zu lösen durch eine Reihenentwicklung.

Führt man die Abkürzungen ein:

$$B = \frac{D}{\operatorname{div} \mathfrak{G}}, \quad \mathfrak{C} = -\frac{\mathfrak{G}}{\operatorname{div} \mathfrak{G}}, \tag{7}$$

wobei B und $\mathfrak{C}$ bekannte Funktionen der Geschwindigkeiten und ihrer Abgeleiteten nach den Koordinaten darstellen, so geht (6) über in:

$$F = B + \mathfrak{C} \cdot \nabla F. \tag{8}$$

Setzt man in ∇F den Wert von F aus (8)

1) Einen analytischen Beweis für diese Behauptung findet man in der oben erwähnten Abhandlung: Sächs. Ber. **75**, 137.

2) Sächs. Abh. **38**, 19, 1921.

3) Der übrige Inhalt dieser ersten Arbeit, insbesondere die darin enthaltene Gravitationstheorie, wird davon nicht berührt, da die mathematische Form des vollen Grundgesetzes darin noch nicht zur Anwendung kam.

4) Sächs. Ber. **75**, 132.

1) Sächs. Ber. **76**, 173.

selbst ein und wiederholt dieses Verfahren, so erhält man die unendliche Reihe:

$$F = B + \mathfrak{C}\cdot\nabla B + \mathfrak{C}\cdot\nabla(\mathfrak{C}\cdot\nabla B) + \mathfrak{C}\cdot\nabla(\mathfrak{C}\cdot\nabla(\mathfrak{C}\cdot\nabla B)) + \ldots \quad (9)$$

Daß die Reihe, ihre Konvergenz vorausgesetzt, die Gleichung (8) befriedigt, erkennt man, indem man aus (9) der Reihe nach ∇F, $\mathfrak{C}\cdot\nabla F$ und zuletzt $(B + \mathfrak{C}\cdot\nabla F)$ ableitet; dadurch wird sie in sich selbst übergeführt, d. h. (8) erfüllt.

Das Integrationsverfahren[1]) zur Lösung der Differenzialgleichung (8) werde, entsprechend den folgenden Beispielen, an dem zweidimensionalen Fall erläutert. Die Lösung des dreidimensionalen ergibt sich aus der sinngemäßen Erweiterung des Verfahrens.

Bezeichnet man die beiden Koordinaten mit x_1 und x_2, so lautet die Gleichung (8), ausführlich geschrieben:

$$C_1\frac{\partial F}{\partial x_1} + C_2\frac{\partial F}{\partial x_2} = F - B. \quad (10)$$

Diese partielle Differenzialgleichung läßt sich auf die zwei totalen zurückführen:

$$\frac{dx_1}{C_1} = \frac{dx_2}{C_2} = \frac{dF}{F - B} \quad (11)$$

oder ausdrücklich geschrieben:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{C_2}{C_1} \quad (12)$$

$$\frac{dF}{dx_1} = \frac{F - B}{C_1} \quad (13)$$

Die Integration der Gleichungen ergebe:

$$f(x_1, x_2) = g \text{ für (12)} \quad (14)$$

und

$$f(x_1, F) = h \text{ für (13)}, \quad (15)$$

worin g und h die Integrationskonstanten bedeuten.

Dann lautet die allgemeine Lösung der partiellen Differenzialgleichung:

$$h = \Phi(g), \quad (16)$$

worin Φ eine beliebige Funktion von g bedeutet.

Es entsteht dadurch der Anschein, daß die Differenzialgleichung (8), bzw. (10) nicht genügt, um F eindeutig zu bestimmen. Nun fordert aber die physikalische Lösung von (10) mehr als die mathematische. Sie fordert nämlich, daß jedes einzelne Summandenglied der Gleichung dieselbe Dimension in Länge und Zeit haben muß, wie jedes andere, z. B. F dieselbe wie B. Damit wird die Willkür der Funktion Φ in (16) derart eingeschränkt, daß nur noch eine Zahlenkonstante zu bestimmen übrig bleibt, die sich z. B. bei dem in Nr. 6 hier behandelten Fall daraus ergibt, daß F für keinen Punkt des Geschwindigkeitsfeldes, für den (8) gilt, unendlich werden darf. Unter Umständen wird man darauf zurückgreifen müssen, diejenige Konstante zu wählen, die die geringste Beschleunigung ergibt.

1) Vgl. z. B. Serret-Bohlmann-Zermelo: Lehrb. d. Diff.- u. Integr.-Rechng. 2. Aufl. 3. Bd. Nr. 821. S. 299.

3. Wann wird das Geschwindigkeitsfeld stationär?

Im Innsbrucker Vortrag wurde mitgeteilt[1]), daß das dann der Fall ist, wenn die Strömungsbeschleunigung $\mathfrak{U}$ auf der Geschwindigkeit $\mathfrak{u}$ senkrecht steht im ganzen Bereiche des Feldes, der stationär sein soll. Der Beweis dafür soll hier nachgeholt werden[2]).

Zunächst läßt sich zeigen, daß wenn das Feld in einem gewissen Bereich stationär ist, daß dann in diesem Bereich überall $\mathfrak{U}$ auf $\mathfrak{u}$ senkrecht stehen muß.

Aus der Bedingung des stationären Zustandes:

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = 0$$

folgt nach (3)

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \mathfrak{U}.$$

Da nun nach (1) $d\mathfrak{u}/dt$ auf $\mathfrak{u}$ senkrecht steht, muß also im ganzen Bereich des stationären Feldes auch $\mathfrak{U}$ auf $\mathfrak{u}$ senkrecht stehen.

Nun soll auch der umgekehrte Satz bewiesen werden:

> Wenn in einem endlichen Bereich die Geschwindigkeit $\mathfrak{u}$ auf der Strömungsbeschleunigung $\mathfrak{U}$ senkrecht steht, ist in diesem Bereich die Strömung eine stationäre.

Zum Beweis dieses Satzes stütze man sich auf die in (1) und (9) gegebene Bestimmung von $d\mathfrak{u}/dt$. In (9) kommen die Größen der Formel (7) vor. Es ist also zunächst zu berechnen:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{U} - \mathfrak{u}\frac{\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{U}}{\mathfrak{u}^2} \quad (17)$$

und

$$\operatorname{div}\mathfrak{G} = D - \mathfrak{u}\cdot\nabla\frac{\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{U}}{\mathfrak{u}^2}. \quad (18)$$

Die letztere Formel erhält man unter Berücksichtigung von (5) und des Umstandes, daß $\operatorname{div}\mathfrak{u} = 0$ ist.

Da nun $\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{U}$ nicht nur im betrachteten Punkte selbst Null ist, sondern auch in seiner Umgebung, so wird nicht nur

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{U}, \quad (19)$$

1) Physik. Zeitschr. **25**, 553, 1924.
2) Vgl. auch Sächs. Ber. **75**, 138.

sondern auch:

$$\operatorname{div} \mathfrak{G} = D, \tag{20}$$

da ja auch die in $\nabla \frac{\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{U}}{\mathfrak{u}^2}$ vorkommenden Abgeleiteten von $\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{U}$ Null sein müssen.

Nach (7) wird daher:

$$B = 1 \tag{21}$$

und

$$\mathfrak{G} = -\frac{\mathfrak{U}}{D}. \tag{22}$$

Setzt man diese Ausdrücke in (9) ein, so wird:

$$F = 1, \tag{23}$$

da die Gleichungen (21) und (22) im ganzen betrachteten Strömungsbereich gelten sollen, und somit:

$$\nabla B = 0$$

wird, ebenso wie die höheren Abgeleiteten von B. Es werden daher alle Glieder der Reihe (9), abgesehen vom ersten Gliede, Null.

Aus (19), (23) und (1) folgt dann:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \mathfrak{U},$$

also auch aus (3):

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = 0,$$

d. h. die Strömung ist eine stationäre in dem Bereiche des Feldes, worin $\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{U} = 0$ wird.

Der vorstehende Beweis versagt nur für den Fall, daß

$$D = 0$$

wird. Denn dann wird mit $B = 1$ das zweite Glied der Reihe (7):

$$\frac{\mathfrak{U}}{D} \cdot \nabla B$$

unbestimmt, und ebenso die folgenden Glieder der Reihe.

In diesem Falle kann man von dem Ansatz:

$$\frac{\partial \mathfrak{u}}{\partial t} = P\mathfrak{P}$$

oder

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = \mathfrak{U} + P\mathfrak{P} \tag{24}$$

ausgehen, der die Forderung $\operatorname{div} \partial \mathfrak{u}/\partial t = 0$ unbedingt erfüllt, und worin $P\mathfrak{P}$ so zu bestimmen ist, daß $d\mathfrak{u}/dt$ parallel mit dem Vektor $\mathfrak{G}$ des Ansatzes (1) wird.

Der Ansatz (24) läßt sich damit begründen, daß $d\mathfrak{u}/dt$ den Grundvoraussetzungen der Theorie[1]) entsprechend, keine willkürliche Konstante enthalten darf.

1) Vgl. dazu Sächs. Abh. **38**, 10.

Es läßt sich dann wieder für $\mathfrak{P}$ eine Reihe entwickeln, worin D nicht mehr als Faktor in die Nenner der Glieder eingeht, und die verschwindet, wenn $\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{U}$ im ganzen betrachteten Bereich verschwindet. Es wird dann $\partial \mathfrak{u}/\partial t = 0$.

Auf die Mitteilung dieser Reihe kann hier verzichtet werden. Wenn nämlich das Feld, worin überall $\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{U}$ verschwindet, für jeden beliebig kleinen positiven und negativen Wert von D stationär wird, so muß es aus dem allgemeinen Grund der Stetigkeit physikalischen Geschehens auch für $D = 0$ stationär werden.

4. Die Vereinfachungen im zweidimensionalen Fall.

Es steht auch hier nichts im Wege von dem Ansatz (1) auszugehen, doch wird die Rechnung dadurch meist unnötig umständlich. Man setzt dann einfacher:

$$\frac{d\mathfrak{u}}{dt} = F\mathfrak{H}, \tag{25}$$

worin $\mathfrak{H}$ eine beliebige Vektorfunktion bedeutet, die die Bedingung erfüllt:

$$\mathfrak{u} \cdot \mathfrak{H} = 0, \tag{26}$$

z. B.

$$\mathfrak{H} = -u_2 \mathfrak{e}_1 + u_1 \mathfrak{e}_2, \tag{27}$$

worin u_1, u_2 die Komponenten von $\mathfrak{u}$ in der 1- und 2-Richtung bedeuten, und $\mathfrak{e}_1$, $\mathfrak{e}_2$ die Einheitsvektoren in diesen Richtungen.

An Stelle von $\mathfrak{G}$ in der Differenzialgleichung tritt dann $\mathfrak{H}$ und es muß sein:

$$D = F \operatorname{div} \mathfrak{H} + \mathfrak{H} \cdot \nabla F. \tag{28}$$

5. Das Beispiel der Schwingungen elastischer Art.

Hier war das Feld gegeben durch[1]):

$$\begin{aligned} u_1 &= -\omega\,\{(1-\varkappa)\,x_2 + \lambda x_1\} \\ u_2 &= \omega\,\{(1+\varkappa)\,x_1 + \lambda x_2\}, \end{aligned} \tag{29}$$

worin $\varkappa$ und λ unendlich kleine Konstanten, ω die konstante Winkelgeschwindigkeit bedeutet, die übrig bliebe, wenn $\varkappa$ und λ Null wären.

Die Bedingung (26) wird dann entsprechend Gleichung (27) erfüllt durch:

$$\begin{aligned} \mathfrak{H} = -\omega^2 \{&\mathfrak{e}_1[(1+\varkappa)\,x_1 + \lambda x_2] \\ &+ \mathfrak{e}_2[(1-\varkappa)\,x_2 + \lambda x_1]\}. \end{aligned} \tag{30}$$

Nur ist statt ω der Faktor ω^2 eingesetzt, damit $\mathfrak{H}$ die Dimension einer Beschleunigung erhält, so daß F dimensionslos wird.

Es ist zunächst zu berechnen:

$$D = \operatorname{div} \mathfrak{U} = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right). \tag{31}$$

Es ergibt sich dann bei Außerachtlassung

1) Dieser Band S. 553.

der Glieder, die von höherer als erster Ordnung unendlich klein sind:

$$D = -2\omega^2. \tag{32}$$

Ebenso findet man aus (30):

$$\operatorname{div}\mathfrak{H} = -2\omega^2.$$

damit geht (28) über in:

$$F = 1 + \frac{\mathfrak{H}\cdot\nabla F}{2\omega^2}. \tag{33}$$

Leitet man aus der Differenzialgleichung eine Reihe ab, wie (9) aus (8), so wird:

$$B = 1 \qquad \nabla B = 0,$$

daher

[redacted]

Es ist daher:

$$\frac{du}{dt} = \mathfrak{U} \tag{34}$$

d. h. gleich dem in (30) angegebenen Werte von $\mathfrak{H}$.

Damit ist die in dem Innsbrucker Vortrag angegebene Lösung abgeleitet.

Will man die Differenzialgleichung (33) unmittelbar integrieren, so hat man zu bedenken, daß der Ansatz (30) dem stationären Zustand unendlich benachbart ist[1]), und sich daher die Lösung von $du/dt = \mathfrak{U}$ nur unendlich wenig unterscheiden darf. Nun ist bereits $\mathfrak{H}$ nur unendlich wenig von $\mathfrak{U}$ unterschieden, das gefunden wird zu:

$$\mathfrak{U} = -\omega^2(e_1 x_1 + e_2 x_2)^2).$$

Es darf daher auch F nur unendlich wenig von 1 abweichen. Setzt man also:

$$F = 1 + f, \tag{35}$$

worin f eine unendlich kleine Funktion von x_1 und x_2 bedeutet, so geht (33) unter Außerachtlassung der Glieder höherer als erster Ordnung über in:

$$x_1\frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial f}{\partial x_2} = -2f. \tag{36}$$

Nun ist f aber nach (35) eine dimensionslose Funktion von x_1 und x_2, es kann also nur Funktion des Verhältnisses der beiden Koordinaten sein, also z. B. von $v = x_1/x_2$.

Setzt man also $f = f(v)$ und bezeichnet df/dv mit f', so wird:

$$x_1\frac{\partial f}{\partial x_1} + x_2\frac{\partial f}{\partial x_2} = f'\left\{x_1\frac{1}{x_2} - x_2\frac{x_1}{x_2^2}\right\} = 0. \tag{37}$$

Somit wird die linke Seite von (36) und also auch $f = 0$. Damit findet man aus (35)

$$F = 1$$

wie vorher.

1) Vgl. diesen Band S. 553.
2) Ebenda S. 554 Gleichung (10).

6. Beispiel eines vom stationären Zustand weit entfernten Strömungsfeldes.

Es ist nicht leicht, ein Strömungsfeld zu finden, das vom stationären Zustand weit entfernt ist und im ganzen Raume nur endliche Geschwindigkeiten liefert und das zugleich eine Berechnung der Beschleunigung zuließe, die durch eine Integration in geschlossener Form gefunden werden könnte. Wenn man dagegen gewisse Unstetigkeitslinien zuläßt, für die also der analytische Ausdruck des Feldes unzulässig ist und die man daher von der Betrachtung ausschließt, so kommt man auf leicht integrierbare Differenzialgleichungen.

Ein solcher besonders einfacher Fall ist der des folgenden Geschwindigkeitsfeldes:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= -\frac{a}{x_2} \\ u_2 &= \frac{a}{x_1} \end{aligned}\right| \quad u = \frac{a}{x_1 x_2}(-e_1 x_1 + e_2 x_2). \tag{38}$$

Die Koordinatenachsen $x_1 = 0$ und $x_2 = 0$ sind also von der Betrachtung auszuschließen.

Die Konstante a hat die Dimension: $[l^2/t]$.

Die Stromlinien bestehen, wie leicht zu ermitteln, aus höheren Hyperbeln, die die beiden Achsen zu Asymptoten haben.

Für $\mathfrak{H}$ werde der Ansatz gewählt:

$$\mathfrak{H} = \frac{a^2}{x_1^2 x_2^2}(e_1 x_2 + e_2 x_1). \tag{39}$$

Der Vektor in der Klammer ist so gewählt, daß, wie es sein muß:

$$\mathfrak{u}\cdot\mathfrak{H} = 0$$

wird, der Skalar vor der Klammer so, daß $\mathfrak{H}$ die Dimension einer Beschleunigung erhält, so daß F wieder dimensionslos wird.

Zur Berechnung der Differenzialgleichung (28) wird dann zunächst D gebraucht, das nach (31) ausgerechnet, gefunden wird zu:

$$D = -\frac{2a^2}{x_1^2 \cdot x_2^2}. \tag{40}$$

Sodann findet man aus (39):

$$\operatorname{div}\mathfrak{H} = -\frac{2a^2}{x_1^3 x_2^3}(x_1^2 + x_2^2). \tag{41}$$

Unter Benutzung der Ausdrücke in (39), (40) und (42) geht dann (28) über in:

$$x_2\frac{\partial F}{\partial x_1} + x_1\frac{\partial F}{\partial x_2} = 2\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}F - 2. \tag{42}$$

Da auch hier F dimensionslos ist, kann F nur Funktion von $x_1/x_2 = v$ sein. Damit verwandelt sich die partielle Differenzialgleichung (42) in die totale:

$$\frac{dF}{dv} = 2\frac{1+v^2}{v(1-v^2)}F - \frac{2}{1-v^2}. \tag{43}$$

Zur bequemeren Integration zerlege man in bekannter Weise F in ein Produkt von zwei Funktionen φ und ψ:

$$F = \varphi \cdot \psi. \tag{44}$$

Es wird dann:

$$\varphi \frac{d\psi}{dv} + \psi \frac{d\varphi}{dv} = 2 \frac{1+v^2}{v(1-v^2)} \varphi \cdot \psi - \frac{2}{1-v^2} \tag{45}$$

Diese Gleichung kann man in zwei zerspalten, indem man die beiden unterstrichenen Glieder einander gleichsetzt und dann ebenso die beiden nicht unterstrichenen.

Es sind dann die beiden Differenzialgleichungen zu lösen:

$$\frac{d\varphi}{dv} = 2\varphi \frac{1+v^2}{v(1-v^2)}, \tag{46}$$

und

$$\frac{d\psi}{dv} = -\frac{2}{\varphi(1-v^2)}. \tag{47}$$

Mit φ und ψ findet man F aus (44). Die allgemeine, leicht nachzuprüfende Lösung lautet dann:

$$F = \frac{2v(v^2+1) + kv^2}{(v^2-1)^2}, \tag{48}$$

worin k eine noch zu bestimmende Zahlenkonstante bedeutet.

Nun würde F für $v = 1$, d. h. für $x_1 = x_2$ unendlich werden, wenn dann nicht auch der Zähler Null würde. Setzt man also den Zähler von F für $v = 1$ gleich Null, so ergibt sich:

$$k = -4,$$

daher wird nach Kürzung von Zähler und Nenner mit dem Faktor $(v-1)^2$:

$$F = \frac{2v}{(v+1)^2} = \frac{2x_1x_2}{(x_1+x_2)^2}. \tag{49}$$

Aus Gleichung (25) findet man dann mit dem Wert von $\mathfrak{H}$ in (39):

$$\frac{du}{dt} = \frac{2a^2}{x_1x_2(x_1+x_2)^2}(e_1x_1 + e_2x_1). \tag{50}$$

Daß die Lösung in der Tat den beiden Forderungen $u \cdot du/dt = 0$ und $\operatorname{div} \partial u/\partial t = 0$ genügt, ist leicht nachzuprüfen.

Auch kommt man zu demselben Ergebnis, wenn man von dem allgemeinen Ansatz (1) ausgeht.

Die Lösung der vorliegenden Differenzialgleichung durch eine unendliche Reihe ist im allgemeinen umständlich. Durch besondere Substitutionen ist aber auch das möglich. Ich habe eine solche gefunden, die denn auch zu demselben Ergebnis wie die Integration geführt hat. Auf ihre Mitteilung kann verzichtet werden, da eine Lösung durch die Reihe bereits im ersten Beispiel mitgeteilt wurde.

Was man aber beim zweiten Beispiel schließlich gefunden hat, ist erst der Bewegungszustand im nächstfolgenden Zeitelement. Und dann macht sich eine neue verwickeltere Integration erforderlich. Das zuerst behandelte Beispiel ist daher dadurch ausgezeichnet, daß man den ganzen Verlauf der Bewegung in geschlossener Form erhält.

Es sollte daher durch das neue Beispiel nur gezeigt werden, wie man allgemein zur Auffindung von du/dt vorzugehen hat, und daß man zu einem eindeutigen Ergebnis gelangt.

Das weitere Vordringen in der Theorie des Strömungsäthers wird daher am leichtesten geschehen können, wenn man von Strömungsfeldern ausgeht, die dem stationären Zustand unendlich benachbart sind, wie das erste Beispiel lehrt, das zur Auffindung der Schwingungen elastischer Art geführt hat.

Leipzig, 12. Dezember 1924.

(Eingegangen 15. Dezember 1924.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Über das Grundproblem luftelektrischer Forschung.

(Bericht, erstattet anläßlich der Tagung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte in Innsbruck am 26. September 1924.)

Von Hans Benndorf.

I. Einleitung.

Nachdem Lord Kelvin durch die Konstruktion des Quadrantenelektrometers und durch die Erfindung der Tropfelektrode die Vorbedingungen zur quantitativen Erforschung des Erdfeldes geschaffen hatte, begann eine neue Ära der Entwicklung der Lehre von der Luftelektrizität. Sie wurde eingeleitet durch die grundlegenden und Richtung gebenden Arbeiten Franz Exners. Hier an diesem Orte wird man es mir als einem der ältesten Schüler Exners, der die rasche Entwicklung der luftelektrischen Forschung von ihren ersten Anfängen an selbst miterlebt hat, nicht verübeln, wenn ich mit freudiger Genugtuung hervorhebe, daß, was in den 30 Jahren etwa bis zu Beginn

des Weltkrieges auf dem Gebiet der atmosphärischen Elektrizität geleistet worden ist, weitaus überwiegend der Arbeit deutscher Gelehrter unter führender Anteilnahme österreichischer Forscher aus der Schule Franz Exners seinen Ursprung verdankt[1]). Exner schuf ein sehr handliches Instrumentarium zur Messung des atmosphärischen Potentialgefälles und seine Bemühungen waren zunächst darauf gerichtet, ein möglichst umfangreiches, einwandfreies Beobachtungsmaterial über die durchschnittliche Stärke des elektrischen Feldes der Erde und seine örtlichen und zeitlichen Verschiedenheiten zu sammeln und sammeln zu lassen, mit dem Ziel, eine physikalische Erklärung für die beobachteten Veränderungen des Erdfeldes zu gewinnen.

Um die Jahrhundertwende beginnt mit den epochemachenden Entdeckungen Elsters und Geitels eine neue Phase der Entwicklung. Während man bis dahin die negative Ladung der Erde als etwas Gegebenes hinnehmen konnte, trat nun nach der Wiederentdeckung der Leitfähigkeit der Luft die Frage auf: wie ist die dauernde Aufrechterhaltung des Erdfeldes zu erklären, wenn durch den vertikalen Leitungsstrom in der Luft fortwährend positive Elektrizität zur Erde fließt? Diese Frage bildet seitdem das Grundproblem luftelektrischer Forschung.

Wenn das Interesse der Luftelektriker sich nicht gleich in dem Maße dem Studium dieser Frage widmete, wie man erwarten sollte, so lag dies an zwei Umständen. Einmal waren sie noch zu sehr mit der Ausbildung der Meßmethoden und der Sammlung von Beobachtungsmaterial beschäftigt, andererseits schien sich eine einfache Erklärung der Aufrechterhaltung der Erdladung durch die Ladung der Niederschläge zu bieten, die sich nach den anfänglichen Messungen als negativ ergab und quantitativ zur Kompensation des vertikalen Leitungsstromes ausreichend schien.

Als aber Dauerregistrierungen der Niederschlagselektrizität an verschiedenen Orten immer deutlicher zeigten, daß die Niederschläge überwiegend positiv geladen sind, wurde die Frage des Elektrizitätshaushaltes der Erde zu einem aktuellen Problem, dessen Bewältigung mit fortschreitendem Wissen sich immer größere Schwierigkeiten entgegenstellten, so daß die endgültige Lösung dieses Rätsels eine wissenschaftliche Tat ersten Ranges sein wird.

1) Bei der feindseligen Behandlung, die deutsche Wissenschaft in der Zeit nach dem Kriege vielfach vom Ausland erfahren hat, scheint es ein Gebot der Gerechtigkeit, auf einen erfreulichen Ausnahmefall hinzuweisen. Chauveau schreibt in seinem kürzlich erschienenen Buch „Electricité atmosphérique", Paris 1922 folgende Worte in seiner Vorrede: „Pendant les quarante dernières années, le travaux allemands tiennent de beaucoup la première place dans les recherches faites sur l'électricité atmosphérique. Cette supériorité paraîtra particulièrement accusée dans la dernière partie consacrée presque entièrement à l'exposé et à l'analyse de ces travaux. Rien, croyons-nous, ne trahit dans ces pages qu'elles ont été écrites dans des circonstances peu favorables à une rigoureuse impartialité".

II. Aufstellung des Problems.

In diesem Abschnitt soll zunächst ein anschauliches Bild des Elektrizitätshaushaltes der Erde entworfen und dem Problem eine möglichst präzise Fassung der Fragestellung gegeben werden.

Die luftelektrischen Beobachtungen, die sich nun dank der großzügigen Untersuchung der Carnegie Institution stichprobenweise über den ganzen Erdball erstrecken, haben ergeben, daß an allen Orten die überwiegende Zeit des Jahres hindurch ein vertikal abwärts gerichteter Leitungsstrom von der Luft zur Erde fließt, der unmittelbar an der Erdoberfläche aus positiv geladenen Ionen gebildet wird. Die mittlere Stromdichte beträgt rund

$$j = 6 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ces}}{\text{cm}^2\text{sec}}\ ^{1}) = 1200 \frac{\varepsilon}{\text{cm}^2\text{sec}}$$

(ε = Elementarquantum),

$$= 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{A}}{\text{km}^2};$$

auf die Gesamtoberfläche umgerechnet, ergibt sich ein Gesamtstrom von 1000 A von der Luft zur Erde.

Diese Leitungsstromdichte wird entweder direkt aus der Aufladung einer dem Strom ausgesetzten horizontalen Platte gemessen oder indirekt als Produkt der Feldstärke $\mathfrak{E}$ des Erdfeldes und der Leitfähigkeit λ der Luft als $j = \mathfrak{E} \cdot \lambda$ berechnet. Schon hier sei hervorgehoben, daß der Wert von j zeitlich und örtlich viel weniger schwankt, als die Werte von λ und $\mathfrak{E}$.

Eine Reihe Ballonbeobachtungen, die bis 9 km, also nahe an die Grenze der Troposphäre reichen, haben ergeben, daß die Stärke dieses vertikalen Leitungsstromes bis zu diesen Höhen dieselbe Größe hat wie an der Erdoberfläche. (Die von Everling und Wigand beobachtete Abnahme des Leitungsstromes mit der Höhe halte ich als typische, auch im Mittel vorhandene Erscheinung für noch zu wenig sichergestellt, um darauf Schlüsse aufbauen zu können.)

Die Leitfähigkeit der Luft nimmt von ihrem Durchnittsbodenwert von $\lambda = 3 \cdot 10^{-4}\,\text{sec}^{-1}$ mit der Höhe erst langsam, dann immer rascher zu

1) Ces und Ves werden als Bezeichnung der Einheit der Elektrizitätsmenge bzw. des Potentials im absoluten elektrostatischen Maßsystem verwendet, siehe H. Benndorf, Physik. Zeitschr. **25**, 60, 1924.

und erreicht in 9 km Höhe etwa den 10 fachen Bodenwert mit $\lambda = 36 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$.

Da $j = \mathfrak{E} \cdot \lambda$ konstant ist, muß die Feldstärke $\mathfrak{E}$ an der Grenze der Troposphäre auf den 10. Teil ihres Bodenwertes gesunken sein; diese Abnahme von $\mathfrak{E}$ erfordert notwendig die Ausbildung einer mit der Höhe abnehmenden positiven Raumladung. (Überschuß sämtlicher positiver Elektrizitätsträger über die negativen in der Volumseinheit.) Die mittlere Dichte dieser Raumladung beträgt

$$\varrho = 1{,}3 \times 10^{-9}\,\frac{\mathrm{Ces}}{\mathrm{cm}^3} = 2 \cdot 7\,\frac{\varepsilon}{\mathrm{cm}^3}.$$

Der vertikale Leitungsstrom besteht aus zwei entgegengesetzt fließenden Ionenströmen entgegengesetzten Vorzeichens $j = j_+ + j_-$. Während die Summe beider konstant bleibt, nimmt der aufwärts fließende j_- von 0 an der Erdoberfläche nach oben immer mehr zu, um in höheren Schichten der Stratosphäre j_+ wahrscheinlich ganz zu verdrängen, während j_+ in der Stratosphäre entspringend, je tiefer er abwärts fließt, immer mehr anschwillt und an der Erdoberfläche den gesamten Strom bildet. An der oberen Grenze der Troposphäre passieren etwa 600 positive Ionen nach abwärts und ebensoviel negative nach aufwärts den Quadratzentimeter in der Sekunde. Obwohl wir bezüglich unserer Kenntnis der elektrischen Verhältnisse in der Stratosphäre nur auf indirekte Schlüsse angewiesen sind, können wir doch mit großer Sicherheit annehmen, daß mit zunehmender Luftverdünnung immer mehr freie Elektronen sich an der Leitung beteiligen, daß daher die Leitfähigkeit rapide zunimmt und der Strom schließlich nur mehr von Elektronen getragen wird.

Wir können uns nun folgendes anschauliche Bild der luftelektrischen Verhältnisse machen:

Eine leitende Kugel E von der Größe der Erde ($R = 6{,}4 \cdot 10^8$ cm) ist entsprechend einer Feldstärke von

$$\frac{dV}{dh} = -\mathfrak{E} = 150\,\frac{\mathrm{Volt}}{\mathrm{m}} = 5 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{Ces}}{\mathrm{cm}}\,^{1})$$

mit einer negativen Oberflächenladung bedeckt, deren Flächendichte

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E}}{4\pi} = -4 \cdot 10^{-4}\,\frac{\mathrm{Ces}}{\mathrm{cm}^2}$$

beträgt, welche Zahl 800,000 $\frac{\varepsilon}{\mathrm{cm}^2}$ entspricht. In etwa 60 km Entfernung ist diese Kugel von einer zweiten konzentrischen leitenden Hohlkugel S umgeben, die uns den bereits gut leitenden Teil der Stratosphäre versinnbildlichen soll.

Der Zwischenraum ist erfüllt mit Luft von nach außen zunehmender Leitfähigkeit. Von S zu E fließt in radialer Richtung dauernd ein Strom von 1000 A, was einer Stromdichte von $6 \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Ces}}{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}}$ entspricht. Es treffen auf E 1200 $\frac{+\varepsilon}{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}}$ ein, S verlassen 600 $\frac{+\varepsilon}{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}}$ nach innen und erreichen 600 $\frac{-\varepsilon}{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{sec}}$. (Der geringe Unterschied der Flächen von S und E ist vernachlässigt.)

Das Grundproblem des Elektrizitätshaushaltes ist nun dieses: welche Vorgänge unterhalten diesen dauernden Strom von S zu E und was sind seine Energiequellen?

Da es sich leicht zeigen läßt, daß beim Fortfall der stromerzeugenden Ursachen die negative Erdladung sehr rasch (in 10 Minuten auf den 10. Teil) verschwunden wäre, ist das Problem oft auch so ausgesprochen worden: welche Ursachen halten die negative Erdladung aufrecht?

Die einfachste Annahme zur Erklärung der Erscheinung wäre, daß der den Leitungsstrom unterhaltende Prozeß in einem direkten Transport der sekundlich an E abgegebenen positiven Elektrizitätsmenge nach S zurück bestände, allerdings durch andere als elektrische Kräfte; es wäre dies also eine Art „Gegenstrom" (Simpson) oder „Kompensationsstrom" (Schweidler). Da die beiden Namen mir zu wenig hervortreten lassen, daß es sich hier um ein primum movens der gesamten elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre handelt und nicht nur um ein einfaches, noch unbekanntes Glied in einer Kette, will ich im folgenden diese uns noch unbekannten Vorgänge, da mir eine bessere Bezeichnung nicht eingefallen ist, unter dem Namen „Zustrom" bzw. „Abstrom" zusammenfassen.

Von den primären Ursachen der luftelektrischen Vorgänge kennen wir eine ziemlich genau, wenigstens in ihrer quantitativen Auswirkung, das ist die Strahlung, welche die Ionisation der Atmosphäre hervorruft und dadurch die Leitfähigkeit der Luft erzeugt. Es ist dies:

1. Die sogenannte „Höhenstrahlung", das ist die aus Ballonbeobachtungen erschlossene γ-Strahlung vermutlich kosmischen Ursprunges.
2. Die Strahlung der an der Erdoberfläche vorhandenen radioaktiven Substanzen sowie eine eventuelle Sekundärstrahlung des Bodens.
3. Die Strahlung der in der Luft vorhandenen radioaktiven Substanzen.

Über $^4/_5$ der Erdoberfläche, dem Ozean und den Polargebieten, kommt nur 1 in Betracht; sie

[1]) Siehe die Anmerkung auf S. 671.

liefert etwa $q = 1{,}5$ Ionenpaare pro cm³ und sec; über dem Festland kommen noch Strahlung 2 mit etwa $q = 7$ Ionenpaaren und 3 mit $q = 4$ dazu, so daß wir sagen können, über dem Ozean werden etwa 1,5 Ionenpaare und über dem Festland 12,5 Ionenpaare pro cm³ und sec erzeugt; wenn trotzdem die Ionenzahl im cm³ über dem Festland und über dem Meere von gleicher Größenordnung ist, so liegt das wohl daran, daß die ionenvernichtenden Vorgänge (Wiedervereinigung und Adsorption an Staubteilchen) über dem Kontinent entsprechend intensiver sind als über dem Ozean, wo die Luft reiner ist und die Anlagerung der Ionen an Kerne wegfallen dürfte.

Die Herkunft der „Höhenstrahlung" ist zwar unbekannt, ihr Vorhandensein jedoch zweifellos nachgewiesen.

Völlig unbekannt ist uns dagegen vorläufig noch der zweite primäre Faktor, der die elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre bedingt, der „Zustrom". Worin besteht der „Zustrom" und was sind seine Energiequellen?

III. Die einschlägige Literatur.

Ich hatte eigentlich beabsichtigt, in diesem Abschnitte die Arbeiten, die sich mit dem Problem der Aufrechterhaltung des Erdfeldes beschäftigen, einzeln kritisch zu besprechen und hervorzuheben, was wir an Förderung unserer Kenntnisse den verschiedenen Forschern zu danken haben. Raummangel zwingt mich jedoch, davon abzusehen, und statt dessen am Schlusse dieses Referates ein chronologisches Verzeichnis der bis Juli 1924 erschienenen Arbeiten anzufügen, auf deren Nummern im Text hingewiesen wird. Die wichtigsten und erfolgreichsten Untersuchungen rühren von Schweidler und Swann her; beide Forscher sind vielfach unabhängig voneinander (während des Krieges) ganz ähnliche Wege gewandelt und zu denselben Resultaten geführt worden. Als besonders bedeutsam ist ferner die Untersuchung von L. A. Bauer (11) hervorzuheben; sie ist zwar nicht in der Absicht angestellt, einen Beitrag zur Lösung des luftelektrischen Problems zu liefern, hat aber Tatsachen festgestellt, die geeignet sind, das ganze Problem des Elektrizitätshaushaltes der Erde in einem völlig anderen Lichte erscheinen zu lassen.

IV. Diskussion der Erklärungsmöglichkeiten.

Auf Grund der Arbeiten, die vorliegen, will ich nun versuchen, die Gesamtheit aller möglichen Theorien über die Beschaffenheit des Zustromes einer kritischen Besprechung zu unterziehen und dazu ein Einteilungsschema verwenden, das von Schweidler (10) herrührt. Die Einteilung erfolgt nach der Natur der Kräfte, die den Zustrom aufrecht erhalten. Es kommen nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen in Betracht: 1. Elektrische Kräfte, 2. Trägheit, 3. Gravitation, 4. Strahlungsdruck, 5. Konvektion, wobei Konvektion in jenem engeren Sinne verwendet werden soll, der nur Mitführung von Ladungen durch bewegte Luft umfaßt. Es ergibt sich dann je nach dem Vorzeichen der transportierten Ladung folgendes leichtverständliche Schema:

Kräfte	Bezeichnung der Theorie nach Ladung der Träger	
	positiv	negativ
a) Elektrisches Feld . .	ap	an
b) Trägheit	bp	bn
c) Gravitation	cp	cn
d) Strahlungsdruck . . .	dp	dn
e) Konvektion	ep	en

a) Der „Zustrom" bzw. „Abstrom" ist Leitungsstrom ($ap + an$).

Da an jedem Beobachtungsort im allgemeinen das Erdfeld nur einen kleinen Bruchteil des Jahres hindurch gestört ist, käme für den Abstrom, wenn er ein Leitungsstrom sein sollte, jeweils nur ein kleiner Bruchteil der Erdoberfläche in Betracht, an dem dann eine entsprechend erhöhte Stromdichte vorhanden sein müßte, was nach den vorliegenden Beobachtungen äußerst unwahrscheinlich ist. Es gibt aber noch andere Gründe, die uns zwingen, diese Erklärungsmöglichkeit abzulehnen. Der normale Leitungsstrom fließt an ungestörten Stellen von der Stratosphäre zur Oberfläche der Erde und soll durch einen Leitungsstrom (Abstrom) umgekehrter Richtung an gestörten Stellen aufrecht erhalten werden. Beide zusammen, Abstrom und normaler Leitungsstrom, müßten also einen geschlossenen Stromkreis bilden, dessen eines Stück in der Stratosphäre verläuft. Da sind nun zwei Möglichkeiten vorhanden. Der Strom in der Stratosphäre ist erstens ebenfalls ein Leitungsstrom oder aber er ist ein Konvektionsstrom. Beides ist nicht möglich, wie Swann (5) gezeigt hat. Für den ersten Fall fehlen die nötigen elektromotorischen Kräfte, da sowohl die Variation des magnetischen Feldes der Erde als auch der Rotationseffekt (Hertz) der leitenden Atmosphäre im magnetischen Felde der Erde viel zu kleine elektromotorische Kräfte ergeben. Der zweite Fall ist aber deshalb ausgeschlossen, weil bei den wirklich vorkommenden Windgeschwindigkeiten jeder Konvektionsstrom auf einer Strecke von nur wenigen Kilometern infolge der Leitfähigkeit der Luft vollkommen versickert sein muß (Swann (5)).

c) Der Zustrom wird durch schwere negativ geladene Träger gebildet (*cn*).

Infolge der Schwererichtung kommen hier nur negativ geladene Träger (Niederschläge, kosmischer oder irdischer Staub) in Betracht. Daß mit den Niederschlägen der Erde zugeführte negative Elektrizität den Zustrom bildet (Gerdien'sche Theorie), erscheint nach den vorliegenden Beobachtungstatsachen als nahezu ausgeschlossen, da nur etwa 10 Proz. der Niederschläge negativ geladen sind und die von ihnen mitgeführte Elektrizitätsmenge viel zu gering ist. Aber auch negativ geladener herabfallender Staub beliebiger Herkunft kann nicht zur Erklärung herangezogen werden, weil, wie Schweidler (10) gezeigt hat, für Elektrizitätsträger, die den normalen Leitungsstrom kompensieren sollen, mit Rücksicht auf die erfahrungsgemäß vorhandene positive Raumladung der Luft eine Geschwindigkeit gefordert werden muß, die groß ist gegen die Ionengeschwindigkeit (Größenordnung 1 cm/sec); dies ist aber bei freifallenden kleinen Teilchen ausgeschlossen.

d) Der Zustrom wird durch Strahlungsdruck angetrieben (*dn*).

Diese an sich ziemlich unwahrscheinliche Hypothese muß ebenfalls aus dem unter *c* angeführtem Grunde abgelehnt werden.

e) Der Zustrom bzw. Abstrom ist ein Konvektionsstrom (*ep*).

Da die Raumladung der Luft positiv ist, kommt hier nur der Fall *ep* in Betracht; es wäre dies die Ebertsche Theorie.

Von verschiedenen Forschern, insbesondere von Swann (5) und Schweidler (10) ist gezeigt worden, daß der Ebertsche Strom schon in den untersten Kilometern der Atmosphäre versickert sein muß, also nur eine untergeordnete lokale Rolle spielen, auf keinen Fall aber zur Erklärung des Zustromes herangezogen werden kann.

Fassen wir das Erkannte zusammen, so läßt sich sagen: alle Theorien vom Typus, *a, c, d, e*, sind abzulehnen und es bleibt nur der Fall *b* übrig. Da die Typen *a* bis *e* sämtliche uns bekannten Naturkräfte umfassen, müssen wir schließen, falls wir nicht zu einer ganz in der Luft hängenden, unbekannten Naturkraft unsere Zuflucht nehmen wollen, daß der Zustrom vom Typus *b* sein muß, also aus sehr kleinen und schnell bewegten Korpuskeln bestehen muß, wofür wohl nur Elektronen in Betracht kommen. Obwohl sich auch dieser Erklärungsmöglichkeit gegenwärtig noch große Schwierigkeiten in den Weg stellen, glaube ich doch, daß sie nicht unüberwindlich und wir auf dem richtigen Wege sind, wenn wir Elektronen großer Geschwindigkeit für die Aufrechterhaltung der Erdladung verantwortlich machen.

b) Der Zustrom besteht aus einem Strahlenstrom (*bp, bn*).

Unter Strahlenstrom soll hier ein Strom verstanden werden, der aus rasch bewegten positiv geladenen Atomkernen (kurz α-Strahlen) oder aus rasch bewegten Elektronen (β-Strahlen) besteht. Bekanntlich wird schon seit langem zur Erklärung des Nordlichts das Eindringen solcher Strahlenströme in die Atmosphäre angenommen. In Rücksicht der luftelektrischen Verhältnisse sind zur Erklärung der Aufrechterhaltung der Erdladung bisher drei Hypothesen aufgestellt worden.

1. Die Simpsonsche Hypothese: Die Sonne sendet α- und β-Strahlen aus, von denen die α-Strahlen in den höheren Schichten der Atmosphäre absorbiert werden, während die β-Strahlen wenigstens teilweise bis zur Erde dringen (Simpson (1)).

2. Die Swannsche Hypothese: Einzelne in der Atmosphäre vorhandene Atome senden spontan β-Strahlen aus infolge radioaktiven Zerfalles (Swann (5)).

3. Die Swann-Schweidlersche Hypothese: Die sogenannte durchdringende Höhenstrahlung erzeugt in der Luft eine sehr harte β-Sekundärstrahlung (Swann (7) und Schweidler (8)).

Zur Erklärung der Aufrechterhaltung der Erdladung muß dann angenommen werden, daß durchschnittlich 1200 Elektronen pro cm^2 und sec die Erdoberfläche treffen.

Gegen die Möglichkeit, den Zustrom als einen Elektronenstrom aufzufassen, sind schwerwiegende Bedenken geltend gemacht worden; und zwar sind es zwei Einwände, die erhoben werden.

Den ersten Einwand bildet der negative Ausfall des Schweidlerschen und Swannschen Versuches (Schweidler (8)), Swann (13)), die Existenz von β-Strahlen durch Aufladung eines Metallklotzes nachzuweisen. Der zweite Einwand besteht darin, daß gesagt wird, eine solche β-Strahlung müsse eine Ionisation der Luft hervorrufen, die mindestens 20000 mal größer wäre als die wirklich vorhandene.

Es soll nun zunächst untersucht werden, ob diese Einwände wirklich so schwerwiegend sind, daß eine Strahlungsstromtheorie unbedingt abgelehnt werden muß. Sollte dies der Fall sein, dann ständen wir allerdings vor der merkwürdigen Tatsache, daß wir schlechterdings nicht imstande wären, irgendeine Theorie auf-

zustellen, die die Aufrechterhaltung der Erdladung aus bekannten Naturkräften erklären könnte.

V. Zur Theorie des Schweidlerschen Versuches.

Schweidler verwendet zum Nachweis einer Korpuskularstrahlung einen Absorptionskondensator, der aus einer metallischen massiven Innenelektrode besteht, die von einer dünnen metallischen geerdeten Außenbelegung vollkommen umgeben ist. Die Innenelektrode wird abwechselnd positiv und negativ aufgeladen und der Strom (i_1, i_2) zwischen den Kondensatorbelegungen in beiden Fällen gemessen. Wenn eine negative Korpuskularstrahlung vorhanden ist, die wenigstens teilweise in der Innenelektrode absorbiert wird (y sei die in der Sekunde absorbierte Elektrizitätsmenge), so muß sein $i_1 = s + y$, $i_2 = -s + y$, $y = \frac{i_1 + i_2}{2}$, wenn s den Sättigungsstrom in der Luft bedeutet.

Die Empfindlichkeit der Versuchsanordnung hätte noch mit völliger Sicherheit das Bestehen eines Stromes von 1 Proz. des nachzuweisenden β-Strahlenstromes $\left(1200 \frac{\varepsilon}{\text{cm}^2 \text{ sec}}\right)$ erkennen lassen; trotzdem fiel der Versuch völlig negativ aus, d. h. y wurde 13mal negativ und 6mal positiv und kleiner als $12 \frac{\varepsilon}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$ gefunden. Ebenso hat Swann, der unabhängig von Schweidler einen ähnlichen, aber nicht ausführlich beschriebenen Versuch angestellt hat, ein negatives Resultat erhalten.

Es ist nun die Frage zu untersuchen: Ist es denkbar, daß trotz Bestehen eines Elektronenstromes hoher Geschwindigkeit ein solcher Versuch negativ ausfallen kann?

Schweidler selbst und später Swann diskutierten eine solche Möglichkeit. Erstens wäre es denkbar, daß die zu untersuchende Strahlung eine solche Härte besitzt, daß sie in der Innenbelegung des Kondensators nicht merklich absorbiert wird. (Schweidler verwendete unter anderm eine 10 cm dicke Schrottschichte, ferner eine 4 cm dicke Eisenplatte, Swann eine 25 cm dicke Kupferplatte als absorbierende Innenelektrode.) Zweitens wäre es möglich, daß die einfallende β-Strahlung zwar merklich absorbiert wird, aber gleichzeitig eine Sekundärstrahlung der Innenelektrode erregt, die die Zufuhr negativer Elektrizität kompensiert.

Daß letzteres nicht nur möglich ist, sondern sogar einen gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit besitzt, läßt sich durch folgende Überlegung zeigen.

Wir wollen uns auf den Standpunkt der Swann-Schweidlerschen Hypothese stellen, daß der Zustrom aus β-Strahlen gebildet wird, die von der bekannten „durchdringenden Höhenstrahlung" in der Luft erzeugt werden. Diese sekundäre β-Strahlung ist natürlich nicht isotrop verteilt zu denken, sondern als „Austrittsstrahlung", in der Richtung der Primärstrahlen stärker, als gegen die Richtung der Primärstrahlen. Der Einfachheit halber nehmen wir an, der Bruchteil α der Sekundärstrahlung gehe der Primärstrahlung entgegen, $1 - \alpha$ in der Richtung derselben. Ferner wollen wir annehmen, daß diese β-Strahlung so weich sei, daß sie im Schweidlerschen Absorptionskondensator praktisch völlig absorbiert wird; denn, läßt sich für diesen Fall ein negativer Ausfall des Schweidlerschen Versuches plausibel machen, so gilt dies um so eher für den Fall, daß nur ein Bruchteil der Strahlen absorbiert wird. Wir denken uns ferner die umhüllende Außenbelegung des Kondensators so dünn, daß wir sie ganz außer Betracht lassen können.

Wir nehmen also in geringer Entfernung über dem Erdboden eine dicke Metallplatte an, die sowohl von der durchdringenden Strahlung als auch von der in der Luft und im Erdboden erzeugten sekundären Strahlung getroffen wird; es erzeuge die γ-Strahlung im cm^3 und in der sec in Luft q, in Metall q', in der Erde q'' β-Strahlen. μ, μ', μ'' seien die Absorptionskoeffizienten dieser β Strahlung in den 3 Medien und ebenso α, α', α'' die entsprechenden Asymmetriekoeffizienten. Aus dem in der Höhe z befindlichen Volumelement vom Querschnitt 1 cm^2 und der Dicke dz gelangen $(1-\alpha) q e^{-\mu z} dz$ Elektronen auf den Quadratzentimeter der Metallplatte, daher aus der ganzen Luftsäule $(1-\alpha) \int_0^\infty q e^{-\mu z} dz = (1-\alpha) \frac{q}{\mu}$. Bei der Integration ist q als konstant betrachtet worden, was nicht streng richtig ist, da auch die erregende γ-Strahlung absorbiert wird. Es sind daher die Werte für q als Mittelwerte zu betrachten. Analog ergibt sich die Dichte des von der Erde stammenden Elektronenstroms zu $\alpha'' \frac{q''}{\mu''}$. (Der aus der Luftschicht zwischen Metallplatte und Erde stammende Teil wird vernachlässigt.) Die Dichte des Elektronenstromes, der die Metallplatte nach oben verläßt, ist $\alpha' \frac{q'}{\mu''}$, nach unten $(1-\alpha') \frac{q'}{\mu'}$; die Zufuhr negativer Elektrizität pro cm^2 und sec an die Metallplatte beträgt also $(1-\alpha) \frac{q}{\mu} + \alpha'' \frac{q''}{\mu''}$, die

Abfuhr $(1-\alpha')\frac{q'}{\mu'}+\alpha'\frac{q'}{\mu'}$; da es nun durchaus plausibel ist, anzunehmen, daß für Medien verschiedener Dichte $\frac{q}{\mu}$ konstant ist, ergibt sich Zufuhr—Abfuhr $=(\alpha''-\alpha)\frac{q}{\mu}$. Wenn α'' und α nicht sehr verschieden sind, kann daher die Zufuhr sehr klein werden und wenn $\alpha>\alpha''$ ist, negatives Vorzeichen annehmen.

Daraus ist also zu schließen, daß der negative Ausfall des Schweidlerschen Versuches auch dann eventuell möglich ist, wenn die sekundäre β-Strahlung im Metall völlig absorbiert wird. Zusammenfassend läßt sich sagen: der Schweidlersche Versuch ist nicht absolut beweisend für das Fehlen einer β-Strahlung. Erst eine genaue Bestimmung der Asymmetriekoeffizienten sowie eine Wiederholung des Versuches mit einer wesentlich dickeren Metallplatte könnte eine Entscheidung bringen.

VI. Die Ionisierungsfähigkeit sehr rascher β-Strahlen.

Die schnellsten β-Strahlen, die untersucht worden sind ($v=0{,}95$ c), erzeugen nach Lenard etwa $s=43$ Ionenpaare auf 1 cm Weglänge. Will man Aufschluß darüber erhalten, wie sich s ändert, wenn die Geschwindigkeit der β-Strahlen noch größer wird, ist man entweder auf eine Extrapolation empirischer Daten oder auf theoretische Überlegungen angewiesen.

Extrapoliert man die von Lenard gegebene, nach empirischen Daten konstruierte Kurve, die s als Funktion der Strahlgeschwindigkeit gibt, bis $v=1{,}0$ c, so erhält man $s=40$ Ionenpaare pro cm.

Nach Auffassung Lenards ist die „summarische differentielle Sekundärstrahlung“ s als aus zwei Teilen bestehend anzusehen $s=s'+s''$. Die „reine differentielle Sekundärstrahlung“ s' nimmt bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit bis zur Null ab, da der „sekundärstrahlende Querschnitt“ einer Luftmolekel höchstwahrscheinlich gegen Null konvergiert; während s'' die Tertiärstrahlung einem endlichen Wert zustrebt, da die Geschwindigkeit der Sekundärstrahlung entsprechend anwächst.

Aus theoretischen Überlegungen auf Grund einer von Bohr aufgestellten Formel betreffend die Energie, die ein schnell bewegtes Elektron an ein ruhendes abgibt, folgert Schweidler, daß dieser Energiebetrag endlich bleibt, wenn sich die Strahlgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit annähert.

Schweidler meint daher nach dem gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse schließen zu müssen, daß ein β-Strahl von Lichtgeschwindigkeit etwa 40 Ionenpaare pro 1 cm Weglänge erzeuge. Dies müßte zur Folge haben, daß ein Zustrom von $-1200\,\varepsilon$ rund 50000 Ionenpaare pro 1 cm³ erzeugen müßte, was in krassestem Widerspruch mit der Wirklichkeit steht, da wir nur die Bildung von 1 bis 2 Ionenpaaren pro cm³ und sec nachweisen können.

Bestehen diese Anschauungen zu Recht, so ist damit die letzte Erklärungsmöglichkeit abgeschnitten.

Es ist deshalb von besonderem Interesse, daß Swann (18) neuerdings Überlegungen veröffentlicht hat, die zu anderen Ergebnissen betreffs der Ionisierung führen und einen Ausweg zu bieten scheinen. Der Gedankengang Swanns ist etwa der folgende: Aus Bohrs Theorie folgt, daß der Energiebetrag, den ein rasch an einem Elektron vorbeifliegendes Elektron auf dieses überträgt, einem Grenzwert zustrebt, wenn die Geschwindigkeit des Strahles zur Lichtgeschwindigkeit anwächst. Es erklärt sich daraus, daß zwar die Zeit der Einwirkung beider Elektronen aufeinander mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt, daß aber in gleichem Maße die Stärke der Einwirkung infolge der Konzentration der Kraftlinien nach der Äquatorialebene des bewegten Elektrons hin zunimmt. Es wäre aber irrig, daraus zu schließen, daß, wenn diese Energieübertragung bei $v=0{,}95$ c ein Herauswerfen des Elektrons aus dem Atomverband bewirkt, dies unbedingt auch bei höheren Geschwindigkeiten der Fall sein müsse, denn es ist auch zu berücksichtigen, daß das ruhende Elektron eine Beschleunigung erfährt und daher Strahlung aussenden muß. Je rascher der β-Strahl umso größer ist die Beschleunigung des ruhenden Elektrons und, da die Strahlung mit dem Quadrat der Beschleunigung wächst, wird ein immer größerer Bruchteil der übertragenen Energiemenge in Strahlung verwandelt; es läßt sich daher eine Strahlgeschwindigkeit angeben, bei der der Bruchteil der übertragenen Energie, der nicht in Strahlung verwandelt wird, kleiner wird als die Ionisierungsarbeit und in diesem Fall bewirkt also der β-Strahl keine Ionisierung, sondern nur die Aussendung einer γ-Strahlung von seiten des durchquerten Atoms.

Swann begnügt sich aber nicht mit diesen allgemeinen Überlegungen, sondern führt auch eine Rechnung unter vereinfachten Annahmen durch; aus ihr ergibt sich, daß, wenn die Ionisierungsspannung für Sauerstoff mit 15,5 V. angenommen wird, die Strahlgeschwindigkeit, bei der keine Ionisierung mehr stattfinden kann, um 45 m/sec kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist. Auch läßt sich leicht ausrechnen, daß ein aus dem Weltraum kommender Strahl mit der oben an-

gegebenen Geschwindigkeit in der Äquatorebene auf die Erde zu gerichtet noch immer nicht steif genug wäre, um die Erdoberfläche zu erreichen, sondern infolge des magnetischen Feldes der Erde sich ihr nur bis auf etwa 8 Erdradien nähern könnte.

Nach der Bohrschen Absorptionstheorie würde ein solcher β-Strahl eine mittlere Reichweite von etwa 2 km besitzen, indessen scheint die Grundlage dieser Rechnung recht unsicher zu sein; für unsere Betrachtungen ist es jedoch nur nötig zu wissen, daß der Absorptionskoeffizient der β-Strahlung mit wachsender Geschwindigkeit stark abnimmt, und darin scheinen die Theoretiker einer Ansicht zu sein.

Ist die von Swann aufgestellte Theorie ihrer Hauptsache nach richtig, und ich muß gestehen, daß sie mir durchaus einleuchtet, dann ist die Hauptschwierigkeit, die sich einer Erklärung der Aufrechterhaltung der Erdladung entgegenstellt, beseitigt. Wir können dann annehmen, daß der Zustrom negativer Ladung zur Erde durch sehr rasche β-Strahlen erfolgt, die entweder in der Atmosphäre erzeugt werden oder von außen in sie hineingeschossen werden; es sind dazu zwar außerordentlich hohe Geschwindigkeiten erforderlich, die aber nicht größer sind, als sie schon einmal in der Polarlichtforschung angenommen worden sind.

Ehe ich aber dazu übergehe, auf Grund dieser neuen Anschauungen ein zusammenfassendes Bild des Elektrizitätshaushaltes der Erde zu geben, wird es nötig sein, noch einige Tatsachen auf Nachbargebieten zu besprechen, die in unmittelbarem Zusammenhang mit den luftelektrischen Erscheinungen stehen.

VII. Die Ergebnisse erdmagnetischer Messungen.

Es ist bekannt, daß ein enger Zusammenhang der luftelektrischen Erscheinungen mit den erdmagnetischen, der Sonnenaktivität und den Polarlichtern besteht. So hat Gockel bereits vor längerer Zeit auf den Parallelismus zwischen Deklinationsschwankungen und vertikalen Leitungsstromänderungen hingewiesen. Bauer hat wiederholt Beziehungen zwischen Sonnenaktivität und Luftelektrizität besprochen, und auch die von Mauchly entdeckte tägliche Periode des Potentialgefälles mit gleichzeitigem Maximum an allen Orten der Erde spricht für einen unmittelbaren Zusammenhang des elektrischen Erdfeldes mit der Sonne. Da es sich im gegenwärtigen Zusammenhang aber nur um das Grundproblem luftelektrischer Forschung handelt, will ich mich hier darauf beschränken, die Arbeit Bauers (11) zu besprechen, die sich auf die vertikalen elektrischen Ströme bezieht, auf deren Existenz aus erdmagnetischen Messungen geschlossen werden muß. Auf die fundamentelle Bedeutung der Arbeit habe ich bereits oben hingewiesen. Aus dem wertvollen Beobachtungsmaterial, das die erdmagnetische Vermessung durch die Carnegie-Institution zutage gefördert hat, konnte Bauer folgende Schlüsse ziehen.

Denken wir uns die Erdoberfläche durch die Parallelkreise 45^0 N und 45^0 S in drei Zonen geteilt, in zwei Polarkappen und eine Äquatorialzone, so ergibt das Linienintegral der horizontalen Feldintensität längs jener Parallelkreise von Null verschiedene Werte, woraus mit völliger Sicherheit geschlossen werden muß, daß vertikale elektrische Ströme die Erdoberfläche durchsetzen. Die Stärke dieser Ströme wird berechnet aus der Formel $4\pi J = \int H ds$; da wir sehen werden, daß es sich dabei wohl nur um Elektronenströme handeln kann, will ich die Richtung der Ströme so bezeichnen, wie es der Bewegungsrichtung der Elektronen entspricht. Bauer findet auf den beiden Polarkappen einen Zustrom negativer Elektrizität, in der Äquatorialzone einen Abstrom negativer Elektrizität von der Erde. Die Gesamtstromstärke beträgt auf der Nordpolarkappe $194 \cdot 10^4$ A., in der Äquatorialzone $354 \cdot 10^4$ A., in der Südpolarzone $160 \cdot 10^4$ A., das ergibt Stromdichten von

$$26 \times 10^{-3}\ \text{A/km}^2,\quad 10 \times 10^{-3}\ \text{A/km}^2,$$
$$21 \times 10^{-3}\ \text{A/km}^2.$$

Vergleicht man damit die Gesamtstromstärke des luftelektrischen vertikalen Leitungsstromes von etwa 1000 A. und seine Stromdichte von 2×10^{-6} A/km^2, so sieht man unmittelbar, daß es sich dabei um ganz andere Größenordnungen handelt, da die magnetisch nachgewiesene Stromdichte etwa 10000mal größer ist als die elektrisch gemessene.

Daraus ergibt sich zunächst folgendes: Sind die obigen Zahlen Bauers richtig, so wird das Problem der Aufrechterhaltung der Erdladung zu einer ganz nebensächlichen Frage; die 1000 A., die wir als Zustrom negativer Elektrizität fordern müssen, um die Aufrechterhaltung der Erdladung erklären zu können, sind verschwindend gegenüber den 3,540000 A., die die magnetischen Messungen uns anzeigen. Die Hauptfrage wird jetzt: welcher Herkunft und Natur sind die Ströme, deren Existenz magnetisch nachgewiesen ist?

Eine kurze Überlegung zeigt, daß die Bauerschen Ströme weder Konvektionsströme sind, weil solche, wie Swann (5) gezeigt hat, nicht bestehen können, noch aber Leitungsströme in der Luft, weil diese in solcher Größe nicht existieren, es bleibt also nur die Möglichkeit übrig,

daß es Strahlenströme sind und da positive Korpuskelstrahlen wohl wegen der mangelnden Luftionisation ausgeschlossen sind, müssen wir auf Elektronenströme schließen. Es ist höchst bedeutsam, daß wir hier auch wieder auf β-Strahlen als einzige Erklärungsmöglichkeit stoßen, wenn wir an den Grundanschauungen der Elektrodynamik festhalten und nicht etwas ganz Neues ad hoc annehmen wollen. Freilich sind dabei zwei neue Schwierigkeiten entstanden, einmal, daß wir in der Äquatorialzone einen von der Erde ausgehenden Elektronenstrom annehmen müssen, und zweitens, daß es sich um die Erklärung einer 10000mal größeren Stromdichte handelt, daß wir also nicht 1200, sondern 12×10^6 Elektronen pro cm^2 und sec Zustrom bzw. Abstrom zu fordern haben.

Die von Bauer mitgeteilten Zahlen sind natürlich Mittelwerte des Stromes für die drei Zonen. Eine vorläufige noch nicht endgültige Detailuntersuchung des Linienintegrals, erstreckt über Flächen zwischen zwei um 10^0 voneinander abstehenden Meridianen und Parallelkreisen, ergab innerhalb der einzelnen Zonen starke Verschiedenheiten des Vertikalstromes; nach Bauer scheint über See und in Tiefdruckgebieten der negative Strom zur Erde, über Land und in Hochdruckgebieten von der Erde weg zu fließen. Wenn man auch die endgültige Bestätigung dieser Angaben abwarten muß, so scheint sich doch eine Abhängigkeit der Stromrichtung von der Bodenbeschaffenheit zu ergeben, ein Umstand, auf den ich noch im nächsten Abschnitt zurückkomme.

Eines ist jedenfalls sicher: wenn einmal eine Erklärung für das System der Bauerschen Vertikalströme gefunden ist, dann ist damit gleichzeitig die Lösung des luftelektrischen Grundproblems gegeben.

VIII. Zusammenfassung.

Sind die vorangegangenen Überlegungen und Schlußfolgerungen richtig, so gibt es nur eine Möglichkeit, das System der Bauerschen Vertikalströme und gleichzeitig die Aufrechterhaltung der Erdladung zu erklären, und die ist, diese Ströme als β-Strahlen sehr hoher Geschwindigkeit aufzufassen. Diese Erklärungsmöglichkeit steht und fällt mit der Swannschen Annahme, daß β-Strahlen, die nahezu Lichtgeschwindigkeit haben, keine Ionisation der Luft verursachen.

Von dieser Annahme also ausgehend, will ich versuchen, das Bild zu entwerfen, das ich mir zur Erklärung der Bauerschen Ströme und der Aufrechterhaltung der Erdladung gemacht habe. Ich bin mir wohl bewußt, daß sehr Vieles noch durchaus hypothetisch, manches anfechtbar ist und daß Alles einer sorgfältigen Nachprüfung bedarf, aber im gegenwärtigen Augenblick bin ich nicht imstande, etwas Besseres zu bieten, und schließlich ist beim Vordringen in unbekannte Gegenden eine mangelhafte Karte, wenn sie nur die Hauptsachen richtig wiedergibt, besser als gar keine.

Im Folgenden will ich β-Strahlen, die eine so große Geschwindigkeit besitzen, daß sie nicht mehr zu ionisieren vermögen, extreme β-Strahlen und β-Strahlen geringerer Geschwindigkeit gewöhnliche β-Strahlen nennen.

Ich nehme an, die Sonne sende extreme β-Strahlen aus, vielleicht dauernd annähernd gleichmäßig nach allen Richtungen des Raumes und daneben auch, räumlich diskret und stoßweise, besonders starke Strahlenbündel in Verbindung etwa mit Eruptionsprozessen. Nach den Untersuchungen Schweidlers (16) muß dann angenommen werden, daß diese β-Strahlung begleitet ist von einer gleich schnellen und gleich intensiven Strahlung positiver Atomionen (z. B. H-Strahlen). Eine Überschlagsrechnung zeigt, daß der durch Aussendung von H-Strahlen bedingte Massenverlust der Sonne verschwindend klein ist. Ein Teil dieser β-Strahlen, die unter geeigneten Bedingungen die Atmosphäre erreichen, werden in den höheren Schichten der Stratosphäre absorbiert; ob sie auch für die Entstehung des Nordlichts verantwortlich gemacht werden können, ist nach den neueren Untersuchungen Vegards wieder fraglich geworden. Die extremen β-Strahlen erregen in der Luft eine sehr harte γ-Strahlung und gelangen wenigstens teilweise in den Polarkappen zur Erde. Ob die γ-Strahlung mit der bekannten Höhenstrahlung identisch ist, oder ob nicht noch von anderen Stellen des Weltraumes eine sehr harte γ-Strahlung in unsere Atmosphäre gelangt, soll offen gelassen werden. Jedenfalls müssen wir das Vorhandensein einer γ-Strahlung in der Luft annehmen, die sekundär in der Luft und an der Erdoberfläche extreme β-Strahlen zu erzeugen imstande ist, und zwar eine asymmetrische β-Strahlung, die in der Richtung der einfallenden Strahlen stärker als in der entgegengesetzten ist. Zur Vereinfachung soll senkrechter Einfall der γ-Strahlung vorausgesetzt werden. Sei wieder q bzw. q'' die Anzahl der β-Strahlen, die von der γ-Strahlung pro Sekunde und cm^3 in der Luft bzw. in der Erdrinde erzeugt werden, μ, μ'' die Absorptionskoeffizienten der Strahlung in Luft und in der Erde und α, α'' die Asymmetriekoeffizienten, dann wird aus der Luft zur Erde ein β-Strahlenstrom von der Dichte $\left(1 - \alpha\right)\frac{q}{\mu}$ und von der Erde ein aufwärts ge-

richteter von der Dichte $\alpha'' \frac{q''}{\mu''}$ fließen. Die Gesamtstromdichte dieser Sekundärstrahlung wird daher $\left(1-\alpha\right)\frac{q}{\mu} - \alpha''\frac{q''}{\mu''}$ sein und je nachdem dieser Ausdruck positiv oder negativ ist, der Elektronenstrom zur oder von der Erde fließen. Diesem Strom wird sich eventuell der Strom jener β-Strahlen überlagern, die direkt aus dem Weltraum zur Erde gelangen. Ob der Elektronenstrom von oder zur Erde fließt, hängt von α'', also der Materialbeschaffenheit der Erdoberfläche, ab. Nehmen wir an, daß für Wasser oder Eis α'' verhältnismäßig klein, dagegen für das Material des Festlandes entsprechend größer ist, dann würden dadurch die Bauerschen Feststellungen über die Richtung der Vertikalströme ihre Erklärung finden können. Inwieweit das magnetische Feld der Erde störend oder fördernd eingreift, wäre noch zu untersuchen. Daß eine solche extreme β-Strahlung einen sehr kleinen Absorptionskoeffizienten besitzen wird, ist sehr wahrscheinlich; nehmen wir q nur von der Größenordnung $1 \frac{\varepsilon}{\mathrm{cm^3/sec}}$ an, so würde ein $\frac{1}{\mu} = 120$ km in Luft zur Erklärung der Intensität der Bauerschen Ströme mehr als ausreichend sein. Diesem μ in Luft entspricht eine Halbierungsdicke von etwa 80 km, eine Zahl, die der Größenordnung nach übereinstimmt mit der Halbierungsdicke von 63 km, die Schweidler für extreme β-Strahlen ($v = c - 30$ m/sec) schätzungsweise errechnet hat. Selbstverständlich müßte auch angenommen werden, daß der Energieverlust, den die extremen β-Strahlen beim Durchsetzen der Atmosphäre erleiden, nicht hinreicht, aus ihnen gewöhnliche β-Strahlen zu machen.

Ob solche extreme β-Strahlen wirklich die Erde treffen, könnte experimentell vielleicht in Bergwerken untersucht werden. Denken wir uns etwa von einem Schachte aus Stollen in verschiedener Tiefe unter der Erdoberfläche vorgetrieben und in ihnen die Ionisierung der Luft untersucht, so müßte sich folgendes zeigen. Unmittelbar unter der Erdoberfläche keine Ionisierung, dort sind die von außen eindringenden β-Strahlen noch extrem, in etwas größerer Tiefe haben sie durch Erregung von tertiären γ-Strahlen im Gestein bereits so viel Energie verloren, daß sie gewöhnliche β-Strahlen geworden sind und Luft zu ionisieren vermögen, in noch größerer Tiefe sind sie völlig absorbiert und dort fehlt dann auch wieder die Ionisierung. Ähnliches müßte in verschiedenen Meerestiefen gefunden werden.

Zur Erklärung der Bauerschen Ströme nehmen wir also an, daß je nach der Oberflächenbeschaffenheit der Erde und nach Maßgabe der an einem Orte herrschenden Richtung und Stärke der γ-Strahlung extreme β-Strahlenströme die Erde treffen oder verlassen. In den Polarzonen überwiegt der Zustrom, in der Äquatorialzone der Abstrom. Die Stärke dieser Zu- und Abströme entspricht im Mittel den gemessenen Linienintegralen der magnetischen Feldintensität, wird aber örtlichen und zeitlichen Schwankungen ausgesetzt sein. Infolge dieses Zu- und Abstromes werden natürlich in der Erde Ströme entstehen, die von der Äquatorialzone zu den Polarkappen fließen.

Betrachten wir jetzt ein Stück der Erdoberfläche und stellen für sie die Bilanz der Elektrizitätszufuhr auf, so ergibt sich Folgendes: Bezeichnet σ die Flächendichte an der Erdoberfläche, j_E die nach oben positiv gerechnete Vertikalkomponente der Erdstromdichte, j_i die Dichte des der Erde zuströmenden Elektronenstromes, so wird

$$\frac{d\sigma}{dt} = j_E - j_i - \mathfrak{E}\lambda$$

oder da

$$\sigma = \frac{1}{4\pi}\mathfrak{E}, \quad \frac{1}{4\pi}\frac{d\mathfrak{E}}{dt} = j_E - j_i - \mathfrak{E}\cdot\lambda.$$

Die Leitfähigkeit der Luft ist bedingt durch die Ionisierung der Luft, die Wiedervereinigungskonstante und die Ionenbeweglichkeit. Obige Gleichung können wir auch so aussprechen: Verschiebungsstrom + Leitungsstrom + Erdstrom + Zustrom muß gleich Null sein. Da gewöhnlich der Verschiebungsstrom klein gegen den Leitungsstrom und dieser wieder klein gegen den Zustrom ist, muß j_E und j_i annähernd die gleiche Größe haben und, wenn es eine einwandfreie Methode gäbe, die Vertikalkomponenten der Erdströme zu messen, könnte j_i gemäß obiger Gleichung aus

$$j_E, \quad \frac{d\mathfrak{E}}{dt} \text{ und } \mathfrak{E}\lambda$$

ermittelt werden.

Umgekehrt kann die Gleichung als Differentialgleichung für $\mathfrak{E}$ aufgefaßt dazu verwendet werden, die zeitlichen Änderungen der elektrischen Feldstärke zu berechnen, wenn λ, j_i, j_E als Funktionen der Zeit gegeben sind.

Aus dem soeben Dargelegten sieht man, daß das System der Bauerschen Ströme den Antrieb für den ganzen Elektrizitätshaushalt der Erde gibt, durch sie ist zunächst das System der Erdströme bedingt, dann mittelbar durch λ das elektrische Feld in der Atmosphäre. Man sieht auch, daß die gewöhnlichen luftelektrischen Vorgänge im Elektrizitätshaushalt der Erde eine ganz untergeordnete Rolle spielen. Die Feld-

stärke wächst bis zu einem solchen Betrage an, daß der durch sie bedingte vertikale Leitungsstrom in Luft die Differenz der zu- und abströmenden Elektronenmengen gerade kompensiert.

Hiermit bin ich beim Schlusse angelangt. Überblicken wir die Entwicklung unserer Anschauungen über die Natur der elektrischen Vorgänge in der Atmosphäre etwa von dem Zeitpunkte an, wo Franz Exner mit seinen luftelektrischen Messungen begann, so sehen wir eine überraschende Fülle von Theorien, die eine nach der andern über Bord geworfen werden mußten, es wäre vermessen, anzunehmen, daß es der hier dargelegten anders gehen würde. Wir können aber zufrieden sein, wenn sie uns auf dem Wege zur Wahrheit ein Stück weiter gebracht hat.

IX. Literaturverzeichnis.

1) G. C. Simpson, A theory of the cause of atmospheric electricity. Nature **69**, 270, 1904.

2) G. C. Simpson, Atmospheric electricity. Nature **90**, 411—412, 1912; übersetzt in Met. Zeitschr. **30**, 235—237, 1913.

3) E. v. Schweidler u. K. W. F. Kohlrausch, Atmosphärische Elektrizität. Graetz' Handbuch, Bd. III, 1915.

4) E. v. Schweidler, Atmosphärische Elektrizität. Artikel in der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften 1915.

5) W. F. G. Swann, On the origin and maintenance of the earth's charge I. Terr. Magn. **20**, 105—126, 1915.

6) G. C. Simpson, Some problems of atmospheric electricity. Monthly Weather Rev. **44**, 115—122, 1916.

7) W. F. G. Swann, On the origin of the earth's electric charge. Phys. Rev. (2) **9**, 555—557, 1917.

8) E. v. Schweidler, Über Versuche zum Nachweis einer Korpuskularstrahlung kosmischen Ursprungs. Wiener Ber. IIa. **127**, 515—533, 1918.

9) R. Seeliger, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung, das Grundproblem luftelektrischer Forschung. Ann. d. Phys. **62**, 464—481, 1920.

10) E. v. Schweidler, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung, das Grundproblem luftelektrischer Forschung. Ann. d. Phys. **63**, 726—738, 1920.

11) L. A. Bauer, On vertical electric currents and the relation between terrestrial magnetism and atmospheric electricity. Terr. Magn. **25**, 145—162, 1920.

12) K. Kähler, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung. Meteorolog. Zeitschr. **38**, 199—203, 1921.

13) W. F. G. Swann, The penetrating radiation and its bearing upon the earth's electric field (1921). Bull. Nat. Res. **17**, 54—77, 1922.

14) A. Wigand, Der vertikale Leitungsstrom in der Atmosphäre und die Erhaltung des elektrostatischen Erdfeldes. Physik. Zeitschr. **22**, 623—625, 1921.

15) A. Gockel, Elektrische Strömungen in der Atmosphäre. Rektoratsrede, Freiburg (Schweiz) 1921.

16) E. v. Schweidler, Über die Selbstaufladung korpuskularstrahlender Körper. Terr. Magn. **27**, 105—118, 1922.

17) W. F. G. Swann, Unsolved problems of cosmical physics. Franklin Journal Heft 4, 433—478, 1923.

18) W. F. G. Swann, The absence of ionisation by electrons with speeds comparable with that of light. Phil. Mag. (6) **47**, 306—319, 1924.

Graz, Physikalisches Institut der Universität, Oktober 1924.

(Eingegangen 31. Oktober 1924.)

BESPRECHUNGEN.

P. Walden, Chemie der freien Radiale. 8°. X u. 351 S. mit 21 Abbildungen im Text. Leipzig, S. Hirzel. 1924. M. 9.—, geb. M. 11.—

Die Radikale der organischen Chemie sind schon ihrer geschichtlichen Begriffsbildung nach Analoga der anorganischen Elemente. Es sind aus mehreren Atomen verschiedener Elemente zusammengesetzte organische Reste, die wie Elemente sich untereinander und mit anderen Elementen und Atomgruppen verbinden können (z. B. Benzoyl $= C_7H_5O = B_z$; $(B_z)_2 =$ Benzil; $B_z - H =$ Benzaldehyd, $B_z - Cl =$ Benzoylchlorid).

Das Interesse der heutigen Chemiker konzentriert sich auf diese Reste erst wieder, seit es der neueren Radikalforschung (zuerst Gomberg) gelungen ist, solche Radikale im freien Zustande zu isolieren (Triphenylmethyl). Diese sind dann dadurch ausgezeichnet, daß in ihnen ein bestimmtes Element in einer in den organischen Verbindungen sonst nicht üblichen Wertigkeit auftritt, z. B. dreiwertiger Kohlenstoff, zweiwertiger Stickstoff, einwertiger Sauerstoff. Chemisch sind sie dadurch ausgezeichnet, daß sie äußerst reaktionsfähig sind.

Das vorliegende Buch von Walden führt den Leser in anschaulicher Weise in alle diese Dinge an Hand der geschichtlichen Entwicklung des Radikalbegriffs ein. Es bietet auch eine recht gute sachliche Übersicht über die Probleme, die die Radikalforschung bereits gelöst hat und die ihr noch zu lösen bleiben. Wenn auch das Buch in erster Linie für den Chemiker geschrieben ist, so wird sich doch auch der Physiker ein Bild machen können, was die Radikale für den Chemiker bedeuten. Als besonderer Vorteil des Buches darf bezeichnet werden, daß der Verfasser der physikalisch-chemischen Seite der Probleme eine besonders ausführliche Darstellung angedeihen läßt. Nicht glücklich scheint dagegen, auch die Ionen zu den Radikalen zu rechnen; denn vielleicht wird gerade dadurch dem Nichtchemiker das Verständnis für das Wesen der freien Radikale, die sich von den Ionen typisch unterscheiden, weil sie nicht geladen sind, erschwert.

St. Goldschmidt.

H. Kauffmann, Allgemeine und physikalische Chemie. 2. Teil, 3. verb. Aufl. (Sammlung Göschen Nr. 698.) kl. 8°. 143 S. Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co. 1924. G.-M. 1.25.

Das vorliegende Büchlein hat schon als erste Einführung in die physikalische Chemie bei den Studenten Verbreitung gefunden. Abgesehen von dem niedrigen Preis, verdankt es diesen Erfolg gewiß der übersichtlichen, ganz elementaren Darstellung.

Auch sachlich ist die Darstellung im allgemeinen durchaus einwandfrei. Auf kleinere Mängel, die in der nächsten Auflage verbessert werden könnten, sei hier aufmerksam gemacht. S. 110 wird gesagt, daß die photochemische Induktion wahrscheinlich von einer Spur Sauerstoff herrühre. Die Arbeiten von Chapman und seinen Mitarbeitern haben gezeigt, daß die photochemische Induktion von der Sauerstoffhemmung verschieden ist und auf der Anwesenheit geringer Mengen Ammoniak beruht.

Der Abschnitt „Photochemische Gleichgewichte" kann in dem Anfänger, sowohl durch die Überschrift als auch durch seinen Inhalt, die Vorstellung erwecken, daß es sich hier tatsächlich um Gleichgewichte und nicht um stationäre Zustände handelt. Auch bei der Besprechung des radioaktiven Gleichgewichtes müßte auf den stationären Charakter dieses Zustandes hingewiesen werden.

Die Auswahl des Stoffes und die Ausführlichkeit, mit der die einzelnen Fragen behandelt werden, wird bei einem Buch so geringen Umfanges naturgemäß immer Ermessenssache sein. Der Leser sollte aber einerseits auf jedes wichtige Gebiet, wenigstens durch einen kurzen Hinweis, möglichst unter Angaben geeigneter Literatur aufmerksam gemacht werden, andererseits ist ein solcher Hinweis auch einer zu kurzen und daher unverständlichen Erörterung vorzuziehen. So müßten einerseits die Abnormitäten der starken Elektrolyte und die Theorie ihrer vollständigen Dissoziation Erwähnung finden, andererseits wäre die nur eine Druckseite umfassende Besprechung des Nernstschen Theorems durch einen derartigen Hinweis zu ersetzen.

H. v. Halban.

M. Siegbahn, Spektroskopie der Röntgenstrahlen. 8°. 257 S. m. 119 Abbildungen. Berlin, J. Springer. 1924. Geh. M. 15.—, geb. M. 16.—.

Im vorliegenden Buch hat uns der bekannte schwedische Forscher eine in vorzüglichem Deutsch geschriebene, knappe und klare Darstellung des heute besonders interessierenden Gegenstandes geschenkt. Da der Autor selbst anerkannter Meister auf dem experimentellen Forschungsgebiet der Röntgenspektroskopie ist, so liegt in diesem Buch weit mehr vor als nur ein Referat der Arbeiten anderer.

Überall steht im Vordergrund die lebendige anschauliche und durch zahlreiche vorzügliche Abbildungen unterstützte Darstellung der eigenen berühmten technisch-experimentellen Methoden und Apparate, mit denen die schwedische Schule ihr ebenso umfangreiches wie an Präzision unerreichtes spektroskopisches Material gewann.

Der Experimentalphysiker wird aus diesen Darstellungen für eigene Arbeit reichste Anregung und Belehrung empfangen.

Zwei Kapitel enthalten in zahlreichen ausführlichen Tabellen die wohlgeordneten Ergebnisse der Wellenlängenmessungen in Emission und Absorption, darunter die neueren interessanten Messungen Lindhs.

Die Systematik und Theorie der Röntgenspektren wird in einem eignen Kapitel im Lichte der Gedanken Sommerfelds und Bohrs entwickelt, wobei der Verfasser sich, wie er im Vorwort bemerkt, hauptsächlich auf die direkten aus dem empirischen Material zu ziehenden Schlußfolgerungen beschränkt.

Die beiden letzten Kapitel bringen die Messungen am kontinuierlichen Spektrum und die β-Spektren de Broglies. Ein für den Praktiker wertvoller Anhang enthält Tabellen über Reflexionswinkel und Wellenlänge bei den gebräuchlichsten Kristallflächen.

Die Literatur ist bis Mitte 1923 berücksichtigt, so daß die neueren Messungen vom Compton-Effekt und die abnormale Reflexion Duanes nicht aufgenommen werden konnten.

Zuverlässig, genau und erschöpfend wie die Messungen des Verfassers sind auch alle Angaben in diesem vorzüglichen Werk; es bedeutet einen großen Mangel, es nicht zu besitzen.

E. Wagner.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Leipzig Dr. Gustav Herglotz in gleicher Eigenschaft an der Universität Göttingen, der Privatdozent an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Walter Gerlach zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Tübingen, die Privatdozenten an der Universität Leipzig Dr. Willy Möbius (Physik) und Dr. Ludwig Schiller (Physik und Luftschiffahrt) zu nichtplanmäßigen außerordentlichen Professoren an derselben Universität, Professor Dr. A. Skita zum ord. Professor für organische Chemie an der Technischen Hochschule Hannover (an Stelle von Geh. Regierungsrat Professor Dr. Rr. R. Behrend, der von seinen amtlichen Verpflichtungen entbunden wurde), der Privatdozent für Elektrochemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. H. Braune zum a. o. Professor ebenda, der ord. Professor der Chemie an der Universität Greifswald Dr. Rudolf Pummerer in gleicher Eigenschaft an der Universität Erlangen (an Stelle von Geheimem Hofrat Professor Dr. Otto Fischer, der in den Ruhestand tritt), der Präsident der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin Professor Dr. Friedrich Paschen zum ord. Honorarprofessor der Physik an der Universität daselbst, Professor Dr. Stefan Minovici zum Professor für organische Chemie und für physikalische Chemie an der Universität Bukarest, J. T. Cockcroft M Sc zum Dozenten für Elektrochemie an der Technologischen Abteilung der Universität Manchester,

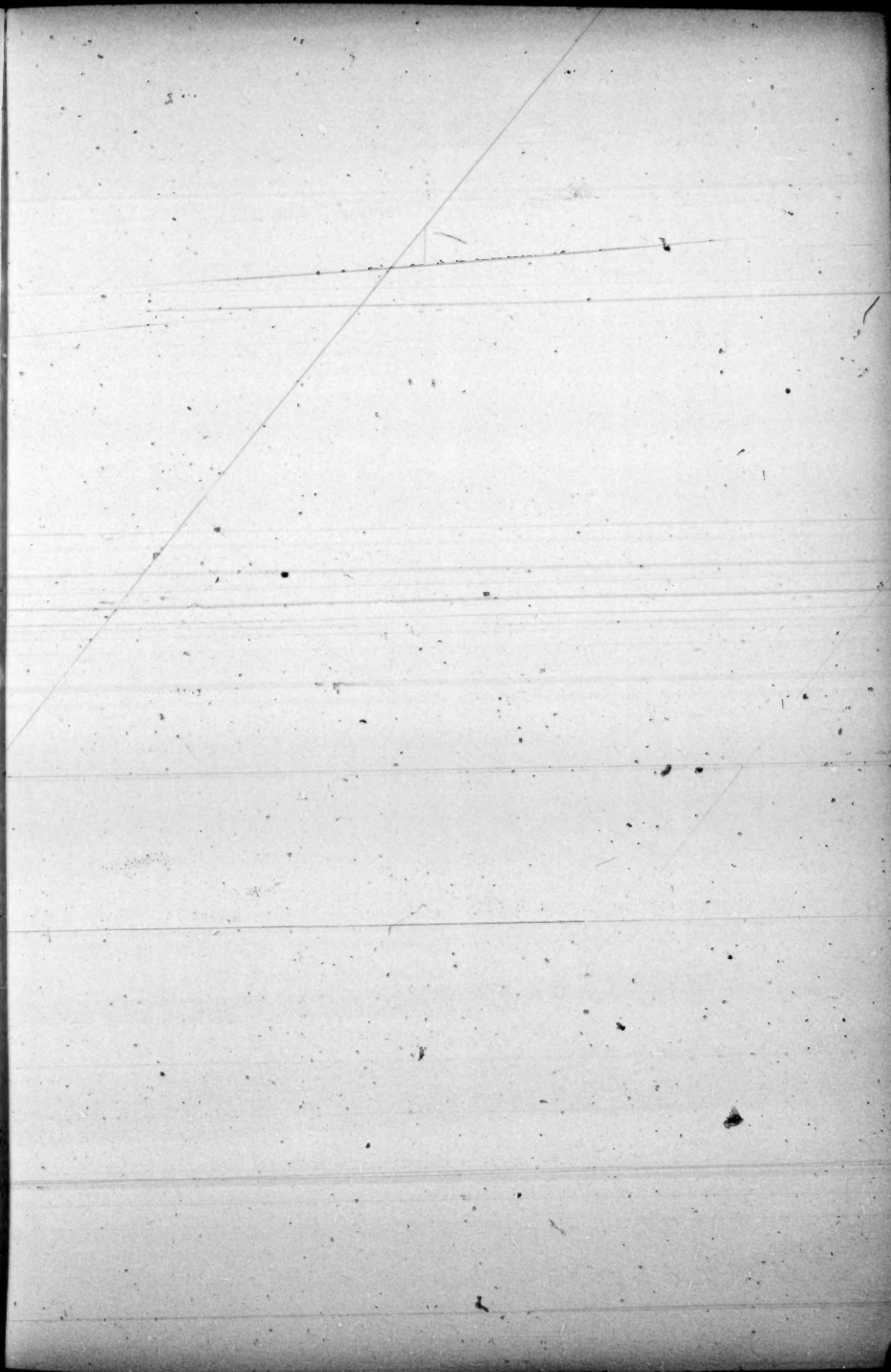
Gestorben: Der frühere Direktor der Sächsischen Landeswetterwarte Oberregierungsrat Professor Dr. Paul Schreiber, der ord. Professor der Chemie an der Universität Cambridge (England) Dr. George Downing Liveing, der Mitarbeiter von Frau Curie Chemiker Demenitroux, der frühere ord. Professor für Metallhüttenkunde und Elektrometallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Geh. Regierungsrat Dr. Wilhelm Borchers.

Angebote.

Große Zählerfabrik sucht

Physiker

mit guten elektrotechnischen Kenntnissen und größerer Laboratoriumserfahrung.

Ausführliche Angebote mit Gehaltsansprüchen erbeten unter **S. H. 633** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstraße 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.